UNIVERSITAT DE BARCELONA

Treball final de grau

GRAU DE MATEMÀTIQUES

Facultat de Matemàtiques i Informàtica
Universitat de Barcelona

TAC TECNOLOGIAS DEL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO

Autor: Jorge Alvarez Sorolla

Director: Dra. Olga Lavila Vidal
Realitzat a: Departament de Matemàtiques i Informàtica

Barcelona, 27 de junio de 2018

Abstract

This final work represents the effort made during the last years. In this work, I would like to include all the points of view that enrich the person as long as knowledge is acquired, and with time, we get an added value. It does not consist in proposing only an exercise, but in obtaining better results with the students. When we learn something we do it to memorize it again. Many times the mind, without knowing it, chooses the correct option. We have learned one thing and it remember that this one is the good choice. Learning, in this way, is a tool to strengthen what we want to learn in our memory, that is why, if we get it to learn in a correct way, we will get better results. We have to see, first of all, the content of the first year of high school, to be able to know which topics to choose when analyzing resources. Focused on those issues that may be more difficult to explain in class or more complex to be able to obtain the knowledge. On the other hand, we have to know the key competences when we think about the learning, and later to think about the level of the resources.

All these processes will make it possible for these resources, which can be difficult for the student to understand, to be easy and enjoyable. Today, we have tools that allow us to improve the level of student learning at other times, which is why we must not waste all this. To carry out this work, we must delve into the issue of ICT, by adding a tool such as the GeoGebra, a way to manipulate the exercise, we achieve student development, in a way that allows you to perform, learn, agree and above all, justify any choice before other colleagues. Although it is a tool, which at first glance seems complex, it is proposed how to use it in a simple way to obtain the best results. A complement that added to the exercise itself, gives it some competency values that what they do is enrich the resource in an outstanding way.

Agradecimientos

Este trabajo no habría sido posible, sin la ayuda de varias personas.

En primer lugar quiero dar mi más sincero agradecimiento a mi tutora Olga Lavila, por su paciencia infinita, apoyo y colaboración. A mis familiares y amigos que han oído hablar de este trabajo durante meses y me han estado apoyando y dándome su confianza.

Índice

(*) ANEXOS
Debido a la gran cantidad de páginas, toda la información referente a los recursos creados se ha añadido a continuación. Para enumerarlos se ha empezado por A0, que es la página indice con el resumen de todo.

1. Introducción

> Puedes enseñar a un estudiante una lección un día, pero si le enseñas a aprender creando curiosidad, continuará el proceso de aprendizaje durante su vida.
>
> Clay P. Bedford.

Si miramos unos años atrás, la enseñanza eran libros y cuadernos, no habían ordenadores. Afortunado era el centro que contaba con alguno de éstos, y poco a poco hemos ido evolucionando conforme iban apareciendo las nuevas tecnologías.

Pero el gran cambio que ha supuesto en este sentido, así como la evolución, también se tiene que reflejar en el mundo de la enseñanza y en el aprendizaje.

Las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento « TAC », como se titula este Trabajo de Final de grado, pretenden:

- Facilitar el trabajo colaborativo en el aula.
- Aplicar éstas en el aula con sencillez.
- Permitir que los alumnos aprendan nuevas interpretaciones.
- Favorecer la cooperación entre los alumnos.
- Aprovechar aplicaciones multimédia.
- Sean accesibles a todo tipo de alumnos.

En este sentido, hemos visto que muchos profesores son reacios a evolucionar, a ver nuevas formas para el aprendizaje, nuevos métodos. Si pensamos en las tablets, en recursos de internet, en videos, no solo sirven para jugar, sino también para educar.

Son recursos tecnológicos que sólo aprovechamos para el disfrute, pero no para el aprendizaje. Si renovamos el aprendizaje con la tecnología, desarrollaremos nuevas formas de aprender que harán que el alumno se motive y desee conocer.

Aprovechar las TAC para crear recursos a través del ARC [1] y por medio del GeoGebra [2] para llevar a cabo esta finalidad y por lo tanto, conseguir que el alumno se sienta más atraído a las matemáticas y aprenda los conceptos desde otro punto de vista.

De este modo, los alumnos interactúan entre sí, se motivan entre ellos, y se logra que el aprendizaje sea colaborativo, ya que unos pueden aprender de otros.

[1] ARC - XTEC - Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya

[2] GeoGebra - https://www.geogebra.org/

Este trabajo se ha dividido en 5 partes metodológicas:

1. Formación. Conocer el Currículo de primero de Bachiller,tanto Matematicas I , como Matematicas para las ciencias sociales.
2. Búsqueda. Saber lo que son las TIC y las TAC. Opciones donde se pueden ver ejemplos del uso de las TAC. Conocer que son los CESIRE, y en especial el ARC del CREAMAT
3. Creación de recursos propios para poderlos subir al ARC donde predomine el GeoGebra.
4. Análisis desde el punto de vista competencial de los recursos creados.
5. Evaluación de los recursos creados.

2. Objetivos y motivación del problema

2.1. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo, es crear una atracción entre los recursos propuestos y el alumnado, en lo referente a competencias y contenidos en matemáticas. Con estos recursos, mejoraremos el aprendizaje del alumnado basándonos en un punto de vista competencial para poder ser introducidos en el ARC. Si queremos conseguir unos recursos que de verdad atraigan al alumnado, debemos centrarnos en varios puntos que debemos tener claros.

- Nivel del alumnado;
  Infantil, Primaria, Secundaria, Bachiller. En nuestro caso nos basaremos en primero de Bachiller.
- Conocer el currículo de primero de Bachiller, fundamentalmente la parte referente a competencias y contenidos en Matemáticas.
- Conocimiento de la aplicación informática GeoGebra para posteriormente subirlo al ARC.
- Creación de recursos concretos con contenidos curriculares de primero de Bachiller y hacer su difusión en ARC.
- Analizar el nivel de riqueza competencial de los recursos.

Para poder llegar a alcanzar los objetivos que se pretenden con este trabajo lo que necesitamos fundamentalmente es poder centrarnos en una serie de objetivos, que son:

- Conocer que son las TIC y las TACs
- Crear recursos para poder aplicar esto
- Visualizar posibles métodos para aplicarlas en el aula
- Generar curiosidad para aumentar y afianzar el aprendizaje

2.2. Motivación personal

La motivación de este trabajo fundamentalmente podemos diferenciarla en dos direcciones principales.

- Motivación personal: El principal motivo de todo esto es la enseñanza, el aprendizaje, el poder enseñar lo que uno sabe para que lo entiendan los demás. Muchas veces se saben los conceptos pero no llegan a los alumnos y por eso la dificultad de las matemáticas, porque no podemos demostrar a simple vista, lo que intentamos explicar se trata muchas veces de un problema de visualización que el alumno le cuesta. Como he planteado otras veces, con trucos con reglas, con ejercicios visuales, con cosas atractivas, conseguir que se aprenda y que aumente el conocimiento.

- Motivación didáctica: Aprender matemáticas de otras formas no vistas hasta ahora, más bien interpretaciones con otro tipo de perspectivas aplicadas a la enseñanza. Siempre intentando visualizar conceptos aplicados en el bachillerato. Principalmente que el alumno pueda manipular herramientas que le ayuden no sólo a visualizar, sino además mejorar y asentar aquellos conceptos adquiridos en clase. Enseñarle a utilizar recursos que le sirvan y que sepa acordarse de los conceptos en un futuro.

3. Metodología, desarrollo y resultados

Para poder plantear el trabajo debemos centrarnos en cuatro líneas de trabajo bien diferenciadas, pero necesarias todas ellas.

- Conocimiento: Hemos de conocer el currículo del curso al cual nos vamos a centrar. Ver desde varios puntos de vista, los temas más importantes o más motivadores para el alumnado. Comprender el funcionamiento del GeoGebra, para enriquecer los recursos que se vayan a subir al ARC. Tenemos que conseguir que nuestras propuestas hagan que el alumnado se motive, pueda conjeturar, debatir entre ellos. Si conseguimos que el aprendizaje tenga un carácter positivo, motivaremos al alumno para que descubra conocimientos nuevos, quiera aprender y pueda razonar sobre lo aprendido.

- Búsqueda: Esta parte es una de las más interesantes y dinámicas. Elegir cuales son los recursos más atractivos a nivel competencial, y que formen parte del currículo. Hemos de ir buscando problemas, curiosidades matemáticas que hagan que la matemática no es un problema que no existe, sino algo cotidiano, algo que podemos palpar o ver a nuestro alrededor. Bajo este premisa, si el contenido tiene cosas reales, fáciles de visualizar para el alumnado conseguiremos atraer su atención y su interés. La necesidad o la curiosidad por aprender, hará que sea beneficioso el recurso por las consecuencias obtenidas.

- Creación: Merece la pena que de manera sencilla, hemos de construir el recurso para que atraiga lo suficiente para poder aplicarlo de la mejor forma posible en clase. Añadimos a esto el GeoGebra, la posibilidad de utilizar una TAC para enriquecer al recurso, con ello conseguiremos un valor añadido a nuestro recurso, que tendrá un mayor interés por parte del alumnado, y de

- Evaluación: Comprobar que el recurso tenga la suficiente riqueza competencial para que el alumno sepa argumentar y consolidar los resultados, pueda redactar conclusiones al respecto, y defenderlas en público llegado el caso para crear una dinámica de trabajo necesaria. Si vemos que nuestros recursos se basan en competencias clave, y conseguimos que tenga un alto contenido competencial, haremos que estos recursos sean

3.1. Formación

3.1.1. Currículo de Bachillerato

El contenido del currículo del Bachillerato es el siguiente: [3]

[3]Generalitat de Catalunya- DECRETO 142/2008, DOGC núm 5183.

BLOQUE	UNIDAD	CONTENIDO
ARITMÉTICA Y ALGEBRA	1. Clasificación y representación de los conjuntos numéricos	1.1. La ampliación de los conjuntos numéricos de los Naturales a los Reales: problemas y ecuaciones que se pueden resolver en cada conjunto. Representación de los reales sobre la recta. 1.2. Los números complejos como soluciones de ecuaciones cuadráticas que no tienen raíces reales. Diferentes representaciones.
	2. El cálculo con números decimales: notaciones, aproximaciones y errores en función de la situación objeto del cálculo	2.1. La notación científica para trabajar, con calculadora y/o ordenador, en contexto científicos. 2.2. Las aproximaciones y los errores en la medida y en el cálculo. El cálculo con calculadora y ordenador.Errores absolutos y relativos. 2.3. Resolución de problemas que impliquen desigualdades con una incógnita. 2.4. El uso de los intervalos como una forma de expresar los resultados. 2.5. El cálculo con polinomios: la transformación de expresiones algebraicas, para aplica en el estudio de funciones 2.6. La simbología de los polinomios y sus operaciones. 2.7. Raíces. Descomposición en factores. 2.8. Algunos cálculos sencillos con fracciones algébricas. relaciones entre la descomposición de polinomios y la resolución de ecuaciones polinómicas. Comprender y utilizar la relación entre los ceros de un polinomio y las soluciones de la ecuación polinómica. 2.9. El uso de los intervalos como una forma de expresarlos resultados.
	3. Las progresiones: un modelo para el estudio del interés simple y del compuesto.	3.1. El comportamiento al infinito de una sucesión: un paso previo al estudio en una función 3.2. Estudio de situaciones donde se presentan colecciones ordenadas de números. 3.3. Reglas de recurrencia y termas generales. 3.4. Las progresiones aritméticas y geométricas. Interés simple y compuesto. 3.5. El comportamiento al infinito en casos elementales. 3.6. Suma de los términos de una progresión geométrica decreciente. 3.7. Tasa de interés anual equivalente (TAE). Interpretación de diferentes tipos de operaciones ofrecidas por entidades financieras.
	4. La hoja de cálculo: una herramienta para resolver problemas de matemática financiera	4.1. Anualidades de capitalización. Planes de pensiones y de amortización. Hipotecas y préstamos personales. 4.2. Construcción y uso de hojas de cálculo para hacer tablas de amortización
	5. El cálculo con polinomios: la transformación de expresiones algebraicas, para aplicar en el estudio de funciones.	5.1. La simbología de los polinomios y sus operaciones. 5.2. Raíces. Descomposición en factores

BLOQUE	UNIDAD	CONTENIDO
GEOMETRIA	1. - Las funciones circulares en el estudio de fenómenos periódicos y la trigonometría para resolver problemas por triangulación	1.1. El ángulo como giro. 1.2. Unidades de medida de ángulos. 1.3. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera. 1.4. Las funciones seno, coseno y tangente. 1.5. El estudio, con ordenador, de las funciones trigonométricas bajo cambios de escala: periodo y amplitud. Aplicación al estudio de fenómenos periódicos. 1.6. Resolución gráfica y analítica de triángulos: los teoremas del seno y del coseno. 1.7. Problemas geométricos que se pueden resolver por triangulación. Los procedimientos de cálculo en la topografía. 1.8. Los vectores, una nueva herramienta para resolver problemas de geometría. Las cónicas en ámbitos no matemáticos
	2. Los vectores como forma de representar una magnitud y una dirección.	2.1. Los vectores libres como translaciones en el plano. 2.2. Ecuaciones de la recta. Dirección y pendiente. Problemas de incidencia y paralelismo. Ángulos y distancias. Aplicación a la resolución de problemas geométricos. 2.3. Lugares geométricos: las cónicas. Las cónicas en el arte y la arquitectura.
ANÁLISIS	1. Estudio de las características de ciertos tipos de funciones que pueden ser modelos de fenómenos científicos, tecnológicos, económicos y sociales.	1.1. Funciones a partir de tablas y gráficos. Aspectos globales de una función. Utilización de las funciones para la interpretación de fenómenos sociales, económicos y científicos. 1.2. Funciones a trozos. Una primera idea de continuidad, en contextos que comportan saltos. La función valor absoluto. 1.3. Las funciones de proporcionalidad inversa en fenómenos físicos y aplicada a las ciencias sociales. Comportamiento asintótico. Estudio, con ordenador, de las funciones homográficas como translación de las funciones de proporcionalidad inversa. 1.4. Situaciones que mantienen el tanto por uno de variación constante: modelos exponenciales. Las propiedades de la función exponencial. El crecimiento exponencial frente a otros modelos de crecimiento. Concepto de logaritmo ligado a la resolución de ecuaciones exponenciales. La función logarítmica: aplicación al estudio de fenómenos científicos o tecnológicos. 1.5 Interpolación y extrapolación lineal.
	2. Interpretación física y geométrica de las tasas de cambio en contextos científicos diversos	2.1. Tasas medias de cambio. Aproximar e interpretar tasas instantáneas de cambio en modelos científicos. Cálculo gráfico de la pendiente de una curva en un punto a partir de la pendiente de la recta tangente: construcción gráfica de la función derivada. 2.2. Cálculo analítico de derivadas por aproximación de pendientes de secantes. 2.3. Cálculo de funciones derivadas: derivadas de las funciones elementales, las derivadas y las operaciones con funciones. Derivadas sucesivas. Cálculo de la recta tangente a una curva en un punto: aproximación lineal a una curva. 2.4. Uso de calculadoras y/o programas informáticos que facilitan tanto el cálculo simbólico como la representación gráfica.

BLOQUE	UNIDAD	CONTENIDO
PROBABILIDAD Y ESTADISTICA	1. Análisis del tipo y grado de relación entre dos variables en contextos científicos y sociales	1. Análisis del tipo y grado de relación entre dos variables en contextos científicos y sociales 2. Distribuciones bidimensionales. Relación entre variables cualitativas: cruzadas. 3. Interpretación de fenómenos sociales y económicos en los que intervienen dos variables y estudio del grado de relación que tienen: nubes de puntos, correlación y regresión, interpolación y extrapolación mediante la recta de regresión. 4. Uso de las calculadoras y hojas de cálculo o programas estadísticos para los cálculos de los parámetros y las representaciones gráficas.
	2. Aplicación de las técnicas de recuento y del cálculo de probabilidades para resolver situaciones y problemas de la vida cotidiana	2.1 Aplicación de las técnicas de recuento y del cálculo de probabilidades para resolver situaciones y problemas en ámbitos tanto científicos como sociales 2.2 Técnicas de recuento en casos sencillos: de las listas ordenadas y los diagramas en árbol al estudio de las combinaciones. 2.3. Independencia de acontecimientos. Experiencias sucesivas y pruebas repetidas. 2.4. Probabilidad condicionada. 2.5. El ajuste de una distribución estadística a un modelo de probabilidad: la ley normal.
	3. Las diferentes fases y tareas de un trabajo estadístico	3.1. El trabajo estadístico: recoger datos, organización, representación, parámetros de centralización y de dispersión, interpretación y trabajo inferencial

3.1.2. Las TIC y las TAC

El término TIC es la abreviación de Tecnologías de la Información y la Comunicación y se refiere al conjunto de aplicaciones informáticas que tenemos a nuestra disposición. Para ser más concretos el propio Google, Twitter todos estos canales puedes considerarse TIC ya que facilitan intercambio de información y comunicación.
Por otro lado, tenemos las TACs es la abreviación de Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento. Visto de otro modo, nos referimos la forma de aplicar las TICs en el entorno del aprendizaje y la educación. Lo que pretende las TACs, son aprovechar las tecnologías para facilitar, mejorar y potenciar el aprendizaje y la enseñanza. En este sentido, si conseguimos que el alumnado sienta interés por aprender, por reflexionar con esas herramientas tecnológicas que tenemos tan potentes hoy en dia, haremos que descubra nuevos métodos de resolución de problemas.

Visto todo esto, y profundizando algo más en la resolución de problemas, pensamos en George Polya [?] En sus estudios, basó su interés en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos a partir del mismo.

Advirtió que para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Desarrollo un método, enfocado sobre todo en dar soluciones a problemas matemáticos. Hay que diferenciar, los ejercicios de los problemas. Cuando resolvemos un ejercicio, aplicamos un procedimiento rutinario, con el que obtenemos un resultado. En cambio, para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y ejecuta unos razonamientos para dar con la respuesta.

3.1.3. Enseñanza Telemática

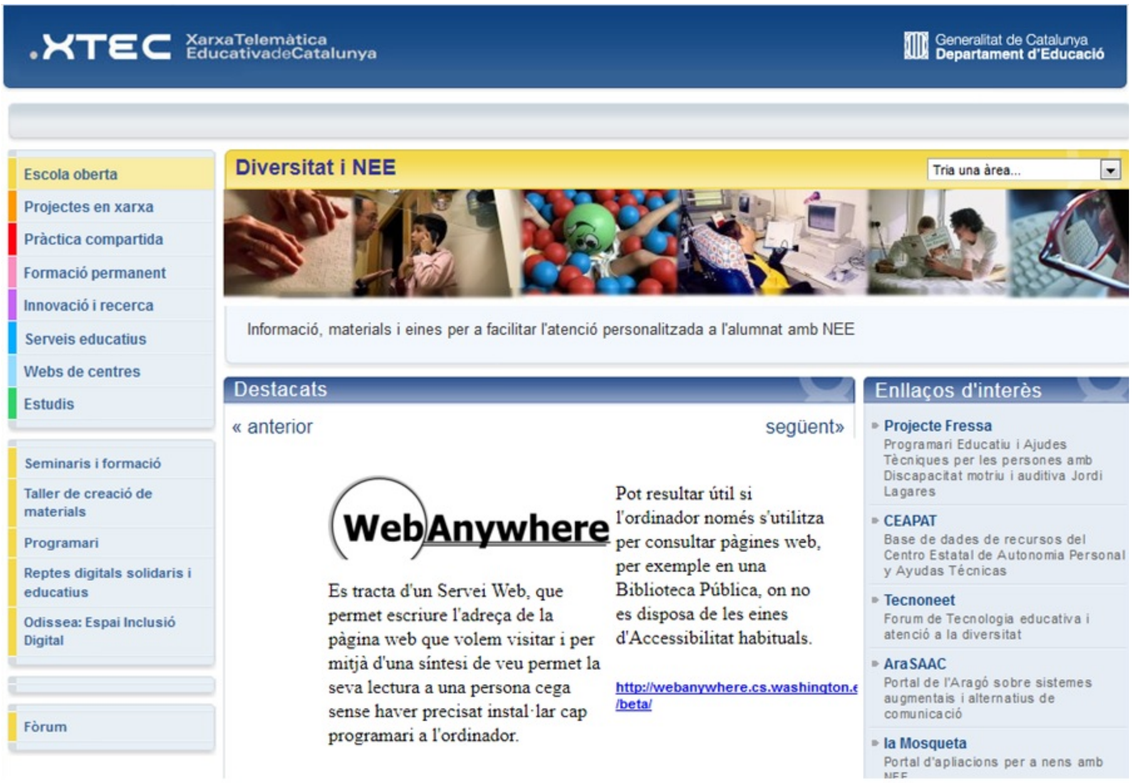
La Xarxa Telemática Educativa de Cataluña (en adelante XTEC) [?] es un servicio público dirigido a los docentes de los niveles no universitarios dependientes del Departamento de Enseñanza de la Generalitat de Cataluña.
Su finalidad principal es poner al alcance de este colectivo, materiales y procedimientos que, basados en las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento, contribuyen a facilitar, actualizar y mejorar las estrategias didácticas, por lo que proporciona sin coste diversos servicios y herramientas que permiten conectar y favorecer la colaboración entre sus miembros, como es :

- Acceso a materiales didácticos e informativos multimédia.
- Alojamiento de espacios webs para centros y al personal docente.
- Guías de orientación y asesoramiento en línea sobre cuestiones diversas referidas al uso de les Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento.
- Información en general de interés para el mundo educativo.
- Gestión de la inscripción a cursos de formación y de otras actividades organizadas por el Departamento de Enseñanza.

- Blocs, fórums, correo electrónico a terceros, canal RSS, sindicación y acceso a redes sociales y productos derivados.
- Acceso a portales edu365.cat y edu3.cat.
- Acceso al buscador propio de recursos educativos Merlín.
- Información a los centres y a los profesionales del mundo educativo en temes de seguridad y prevención en Internet, protección de datos, derechos de imagen y protección al menor.
- Acceso a herramientas colaborativas: servicios de Moodle, intraweb corporativa, biblioteca virtual, etc.
- Acceso a medios corporativos .

3.1.3.1. XTEC - Escola Oberta.Diversidad y NEE Información, materiales y herramientas para facilitar la atención personalizada al alumnado con NEE « Necesidades Educativas Especiales » [?] Son recursos, utilidades que permiten a cualquier alumno que necesite una atención personalizada, tenga a mano utilidades y métodos de aprendizaje que le puedan ser útiles.

Si accedemos a la página web, encontraremos lo siguiente.



3.1.3.2. XTEC - Alexandria [?] Biblioteca de Recursos digitales para el aula. Alexandria está regido por el principio de cooperación entre las personas que libremente participan con la voluntad de avanzar en la mejora de la práctica docente basada en las aportaciones de profesionales del mundo de la educación, verificables agentes de innovación y de eficiencia. Los materiales educativos del servicio Alexandria siguen el modelo de Recursos Educativos Abiertos”(Open Educational Resources, OER), materiales educativos que se pueden utilizar, reutilizar, adaptar y compartir libremente.

Alexandria recoge y pone a disposición de usuarios y usuarias materiales educativos que pueden consistir en:

- Cursos para ser utilizados en la plataforma Moodle. Moodle es una plataforma de aprendizaje diseñada para proporcionarle a educadores, administradores y estudiantes un sistema integrado único, robusto y seguro para crear ambientes de aprendizaje personalizados
- Materiales empaquetados en SCORM. SCORM es un conjunto de normas técnicas que permite a los sistemas de aprendizaje en línea importar y reutilizar contenidos de aprendizaje que se ajusten al estándar.
- Materiales para pizarras digitales interactivas (PDI) o sistemas de proyección interactivos (SPI)

Si accedemos a la página web, encontraremos lo siguiente.

3.1.3.3. XTEC - CESIRE El departamento de enseñanza de la Generalitat de Cataluña, a través de la XTEC, la Xarxa Telemática educativa de Cataluña, desarrolló dentro del departamento de Innovación, lo que conocemos como CESIRE. [?]
El CESIRE (Centre de Recursos Pedagògics Específics de Suport a la Innovació i la Recerca Educativa) es un centro específico de apoyo a la innovación y la investigación educativa. Su finalidad es conocer la búsqueda en didáctica y educación, para promover y difundir sus resultados y adecuarlos a las necesidades del profesorado que los tendrá que transferir a la práctica docente. También tiene la función de diseñar y difundir actividades y recursos que ayuden al profesorado en su tarea innovadora, con tal de mejorar los resultados escolares del alumnado.

Su organización interna permite, por un lado, dar respuesta a las demandas específicas de los ámbitos de conocimiento, y por otro, impulsar proyectos de carácter interdisciplinário, con integración de diferentes niveles educativos, con conexiones horizontales de conocimiento que promuevan la autonomía y la creatividad del alumnado.

Tienen como funciones:

- Conocer la investigación que se hace en didáctica y educación del área respectiva: promover y difundir los resultados y adecuarlos a las necesidades del profesorado.
- Diseñar y difundir actividades y recursos que ayuden al profesorado en su tarea innovadora.
- Promover y difundir actividades que tienen como finalidad el estímulo entre el alumnado del interés y el gusto por el aprendizaje de las áreas y materias respectivas.
- Detectar, impulsar y hacer el seguimiento de buenas prácticas y experiencias didácticas de interés especial en el ámbito de actuación específico de cada CESIRE.
- Dar coherencia y difundir, de manera coordinada con los servicios educativos y los ICE, la formación permanente relacionada con el área específica del CESIRE, y colaborar en la detección de necesidades en el ámbito formativo.
- Promover y difundir iniciativas en la elaboración de recursos y materiales de calidad e innovación en el área específica.
- Constituir bancos de recursos (bibliográficos, materiales, informáticos, de búsquedas teóricas y otros) para la enseñanza y el aprendizaje del área específica.
- Difundir servicios y actividades, relacionados con la educación del área respectiva, que ofrecen instituciones, asociaciones y centros implantados en todo el territorio.

- Explorar y promover oportunidades para poner en contacto la educación del área correspondiente con diversos ámbitos de la sociedad: la empresa, la industria, el mundo rural, el arte en sus diversas expresiones, los medios de comunicación...

- Ser punto de encuentro y de reflexión para el profesorado de las áreas y materias respectivas, estimulando el conocimiento y la coordinación entre los diferentes niveles educativos y también con la universidad.

En la actualidad, existen 6 CESIREs, cada uno de ellos especializado en una materia o materias específicas

1. CERES: Centro apoyo a la innovación y la investigación educativa de las humanidades, ciencias sociales y filosofía.
2. CIREL: Centro apoyo a la innovación y la investigación educativa de las lenguas.
3. AULATEC: Aula de recursos de tecnología.
4. CDEC: Centro de documentación y experimentación en ciencias.
5. Artístico: Centro de recursos entorno al mundo artístico
6. CREAMAT: Centro de recursos para aprender y enseñar matemáticas.
   En concreto, y por el interés que nos mueve, nos centraremos en él, y de forma especial en el ARC .Aplicaciones de Recursos al Currículo.

3.1.3.3.1. ARC ARC es el acrónimo de Aplicación de Recursos al Currículo.[?] Es un espacio al servicio de los maestros y profesorado para compartir propuestas docentes de calidad asociadas a las competencias básicas y al currículo. Se trata de recubrir el currículo con propuestas didácticas que impulsen mejoras metodológicas, con las siguientes características.

- Es una plataforma para compartir actividades del aula, donde quien quiere puede hacer aportaciones, aprender, adaptar y utilizar lo que necesita.
- Recoge propuestas de diferente procedencia y estilos diversos con tal de dar soporte a diferentes sensibilidades y necesidades docentes.
- Utiliza en currículo como organizador de las propuestas, a la vez lo pone en acción facilitando búsquedas a partir de contenidos curriculares de competencias y de relaciones interdisciplinárias.

Las propuestas del ARC, fruto de la experiencia de los docentes que quieren compartir sus prácticas del aula, hacer aportaciones que pueden ayudar a avanzar hacia una enseñanza más competencial .

Con tal de contribuir a ejemplificar las orientaciones metodológicas presentadas en estos documentos, se han seleccionado un grupo de propuestas de l´ARC especialmente ilustrativas y se ha incorporado un archivo con comentarios sobre las competencias básicas que se trabajan. Estas propuestas se identifican por qué en la parte superior de la imagen que las acompaña, hay una franja amarilla con el acrónimo CB, competencias Básicas.

Si accedemos a la página web, encontraremos lo siguiente.

El Creamat ha creado una serie de preguntas que pueden orientar al profesorado sobre el grado en que dentro de una actividad se cultivan las competencias del alumnado. Que una actividad sea rica para desarrollar las competencias depende de cómo se plantea la actividad, es decir, de sus características, pero también de cómo se gestiona en el aula. Por ello se agrupan las preguntas en dos bloques:

En cuanto al planteamiento, es interesante preguntarse

- ¿Es una actividad que tiene por objetivo responder una pregunta? la pregunta puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcar en un juego, puede tratarse de una regularidad o hecho matemático.
- ¿Lleva a aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes ?
- ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos en la matemática o con otras materias?
- ¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad del alumnado?
- Implica el uso de instrumentos diversos como ahora material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, calculadora, etc.

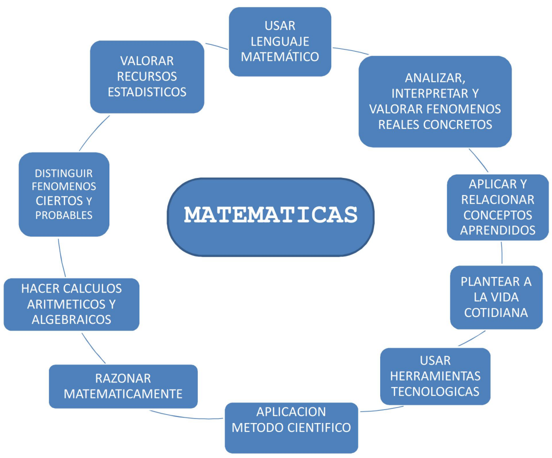
En la gestión de la actividad, es interesante preguntarse

- ¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa del alumnado?
- ¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicación?
- ¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo en parejas o en grupos que lleva a hablar, argumentar, convencer, consensuar, etc.?
- ¿Implica razonar sobre lo que se ha hecho y justificar los resultados?
- ¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y usa progresivamente lenguaje matemático más preciso?

3.2. Búsqueda

Se ha hablado de las TAC, hemos hablado del ARC. Ahora viene el momento, de juntarlo todo, y encontrar recursos didácticos, que cumplan de la mejor forma posible los más altos niveles de las Competencias Matemáticas del Bachiller, ademas utilizando TAC, como el GeoGebra, para poderlo subir posteriormente al ARC. Se ha creado un libro en GeoGebra para tener todos los archivos subidos en él. Una vez los tengamos los iremos subiendo al mismo.

La materia de matemáticas del bachillerato tiene como finalidad el desarrollo de las capacidades siguientes:



3.3. Creación

A continuación se han elaborado los recursos siguientes:

RECURSO	ACTIVIDAD	CONTENIDO	PAGINAS
1			A1-A15
	1	PAGA SEMANAL	A7-A11
	2	EL TESTAMENTO DE FRANKLIN	A12-A15
2			A16-A28
	1	VIENDO UN SALTO DE CROSS	A22-A25
	2	LA CANASTA DEL MILLON	A26-A28
3			A29-A52
	1	LA PIRAMIDE DE KEOPS	A37-A41
	2	TEOREMA DE TALES	A42-A45
	3	TORRES KIO: TRIGONOMETRIA.	A46-A47
	4	EL PUENTE DE BROOKLYN	A48-A49
	5	EL FARO DE LLOBREGAT	A50-A52
4			A53-A69
	1	MATRICES I	A58-A60
	2	MATRICES II	A61-A62
	3	MATRICES III	A63-A66
	4	MATRICES IV	A67-A69
5			A70-A94
	1	MONTAÑA RUSA FERRARI	A77-A83
	2	MULTA DE TRAFICO	A84-A88
	3	QUE LATA TIENE MÁS VOLUMEN	A89-A91
	4	QUE BRICK DE LECHE MERECE LA PENA	A92-A94

En los anexos del trabajo, se puede encontrar toda la información y documentación necesaria para poder utilizar de forma correcta y precisa estos recursos en el aula. Se adjunta a continuación unas hojas para hacerse una idea del contenido y la información básica sobre cada recurso.

- Numero de Recurso y título.
- Descripción del contenido.
- Etapa a la cual va dirigido.
- Núcleo siguiendo el modelo del ARC.
- Páginas del Anexo donde podemos encontrarlo.

RECURSO 1

PAGA SEMANAL Y TESTAMENTO FRANKLIN

DESCRIPCIÓN:

Este recurso está formado por 2 actividades en las que se pretende que el alumnado aprenda y descubra las funciones.
A través de ejemplos concretos, de curiosidades matemáticas y cosas cotidianas descubrimos algo más de estas funciones y consolidamos la base teorica
Todas las actividades se pretende que se hagan de forma individual y en grupo.

ETAPA: 1 de Bachillerato

NUCLEO:

PAGA SEMANAL Y EL TESTAMENTO DE FRANKLIN

CURIOSIDADES DE LAS FUNCIONES

Autor del Recurso:
Jorge Álvarez Sorolla

Objetivo:

El objetivo principal de este recurso, es que el alumno pueda ver diferentes funciones. Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Estudiar de otros modelos funcionales y descripción de sus características, usando el lenguaje matemático apropiado y su aplicación en contextos reales.

- Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
- Conocer las características de algunas funciones, asociar sus expresiones analíticas a sus gráficas.
- Asociar la gráfica de una función exponencial o logarítmica a su expresión analítica.
- Dominar el manejo de funciones elementales, así como de las funciones definidas "a trozos".

La defensa oral y por escrito de los propios razonamientos, aceptación de los errores cometidos y la comprensión delante de los errores de los otros. Se trata de establecer planes de trabajo individuales o en grupo que facilite la comunicación entre los estudiantes.

A2

Descripción de la actividad:

Algo tan cotidiano y tan cercano como la paga semanal, puede llevar a la conclusión de lo que a priori parece mejor, a la larga no lo sea. Se intenta que vean, comparen algo tan cercano como puede ser la paga semanal y aprendan a distinguir estas funciones. Como curiosidad, el testamento de Franklln, un ejemplo de cómo usar la función logarítmica en este caso tan concreto.

Recursos empleados:

Es recomendable para poder llevar a cabo este recurso, que se pongan en parejas y con ordenador. Para, o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad a través del mismo programa, y si no, utilizar el archivo sin tener el programa instalado

Aspectos didácticos y metodológicos:

Lo que se pretende es que sepan y conozcan algunas funciones a partir de despertar la curiosidad y el conocimiento de los alumnos.

Esta actividad lo que pretende es a partir de los resultados obtenidos poderlos representar de manera fácil y sencilla con el GeoGebra.

De ese modo, lo que vamos consiguiendo es que se familiaricen con él o para posteriores ocasiones dispongan de una herramienta más en su aprendizaje.

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

El punto de convergencia es el método de trabajo, el cual, nos permite interpretar la realidad y reúne aquellos aspectos en los que las disciplinas aparecen disperso.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP
Actividad 1: R1_A1.ggb
Actividad 2: R1_A2.ggb

A3

La documentación completa y necesaria sobre este recurso se puede encontrar en páginas A1-A15 de los anexos

RECURSO 2

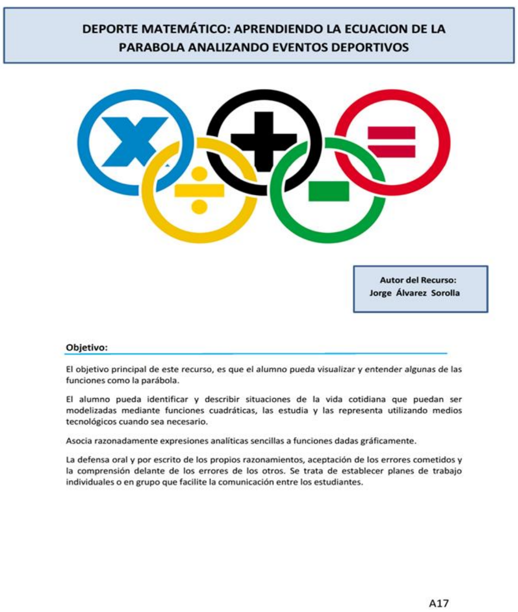
DEPORTE MATEMATICO

DESCRIPCIÓN:

Este recurso está formado por 2 actividades en las que se pretende que el alumnado pueda ver la función parabolica a través de eventos deportivos. EL poder manipular y comprobar los datos, hace que el alumno desarrolle su curiosidad por ésta funcion, además de entender algunos ejemplos. Todas las actividades se pretende que se hagan de forma individual y en grupo.

ETAPA: 1 de Bachillerato

NUCLEO:



DEPORTE MATEMÁTICO: APRENDIENDO LA ECUACION DE LA PARABOLA ANALIZANDO EVENTOS DEPORTIVOS

Autor del Recurso:
Jorge Álvarez Sorolla

Objetivo:

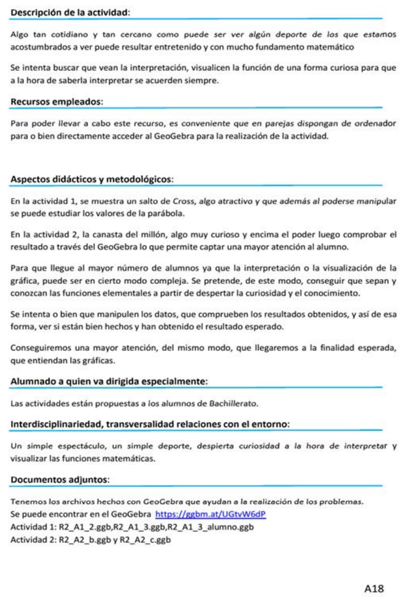
El objetivo principal de este recurso, es que el alumno pueda visualizar y entender algunas de las funciones como la parábola.

El alumno pueda identificar y describir situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.

Asocia razonadamente expresiones analíticas sencillas a funciones dadas gráficamente.

La defensa oral y por escrito de los propios razonamientos, aceptación de los errores cometidos y la comprensión delante de los errores de los otros. Se trata de establecer planes de trabajo individuales o en grupo que facilite la comunicación entre los estudiantes.

A17



Descripción de la actividad:

Algo tan cotidiano y tan cercano como puede ser ver algún deporte de los que estamos acostumbrados a ver puede resultar entretenido y con mucho fundamento matemático

Se intenta buscar que vean la interpretación, visualicen la función de una forma curiosa para que a la hora de saberla interpretar se acuerden siempre.

Recursos empleados:

Para poder llevar a cabo este recurso, es conveniente que en parejas dispongan de ordenador para o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad.

Aspectos didácticos y metodológicos:

En la actividad 1, se muestra un salto de Cross, algo atractivo y que además al poderse manipular se puede estudiar los valores de la parábola.

En la actividad 2, la canasta del millón, algo muy curioso y encima el poder luego comprobar el resultado a través del GeoGebra lo que permite captar una mayor atención al alumno.

Para que llegue al mayor número de alumnos ya que la interpretación o la visualización de la gráfica, puede ser en cierto modo compleja. Se pretende, de este modo, conseguir que sepan y conozcan las funciones elementales a partir de despertar la curiosidad y el conocimiento.

Se intenta o bien que manipulen los datos, que comprueben los resultados obtenidos, y así de esa forma, ver si están bien hechos y han obtenido el resultado esperado.

Conseguiremos una mayor atención, del mismo modo, que llegaremos a la finalidad esperada, que entiendan las gráficas.

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

Un simple espectáculo, un simple deporte, despierta curiosidad a la hora de interpretar y visualizar las funciones matemáticas.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP
Actividad 1: R2_A1_2.ggb,R2_A1_3.ggb,R2_A1_3_alumno.ggb
Actividad 2: R2_A2_b.ggb y R2_A2_c.ggb

A18

La documentación completa y necesaria sobre este recurso se puede encontrar en páginas A16-A28 de los anexos

RECURSO 3

VIAJANDO CON LA TRIGONOMETRIA

DESCRIPCIÓN:

Este recurso está formado por 5 actividades en las que se pretende que el alumnado aprenda y descubra la trigonometría.

A través de ejemplos concretos, de monumentos que puede encontrarse o bien de viaje, o bien porque ha estado, descubra de forma visual la trigonometría.

Todas las actividades se pretende que se hagan de forma individual y en grupo.

ETAPA: 1 de Bachillerato

NUCLEO:

TRIGONOMETRIA: VIAJANDO CON LA TRIGONOMETRIA.

Autor del Recurso:

Jorge Álvarez Sorolla

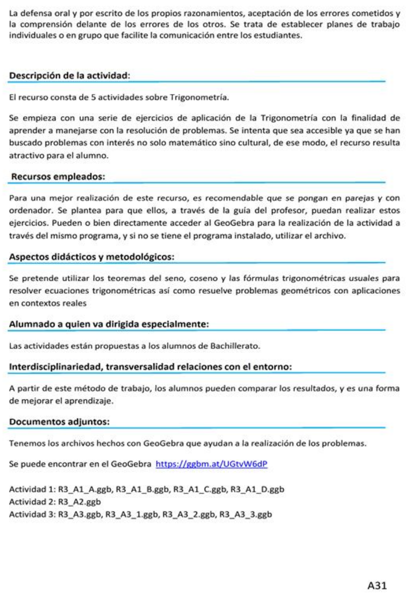
Objetivo:

Con este recurso lo que se pretende es que el alumno, pueda aprender por medio del GeoGebra a poder resolver triángulos y ver que en muchas construcciones hay trigonometría.

Se pretende desarrollar habilidades en el manejo y la aplicación de las fórmulas trigonométricas. No se trata de que los estudiantes memoricen una serie de conceptos, sino que deduzcan unas a partir de otras y las utilicen en la simplificación de expresiones trigonométricas, demostración de identidades y resolución de ecuaciones.

Resuelve problemas geométricos del mundo natural, geométrico o tecnológico, utilizando los teoremas del seno, coseno y tangente y las fórmulas trigonométricas usuales.

A30



La defensa oral y por escrito de los propios razonamientos, aceptación de los errores cometidos y la comprensión delante de los errores de los otros. Se trata de establecer planes de trabajo individuales o en grupo que facilite la comunicación entre los estudiantes.

Descripción de la actividad:

El recurso consta de 5 actividades sobre Trigonometría.

Se empieza con una serie de ejercicios de aplicación de la Trigonometría con la finalidad de aprender a manejarse con la resolución de problemas. Se intenta que sea accesible ya que se han buscado problemas con interés no solo matemático sino cultural, de ese modo, el recurso resulta atractivo para el alumno.

Recursos empleados:

Para una mejor realización de este recurso, es recomendable que se pongan en parejas y con ordenador. Se plantea para que ellos, a través de la guía del profesor, puedan realizar estos ejercicios. Pueden o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad a través del mismo programa, y si no se tiene el programa instalado, utilizar el archivo.

Aspectos didácticos y metodológicos:

Se pretende utilizar los teoremas del seno, coseno y las fórmulas trigonométricas usuales para resolver ecuaciones trigonométricas así como resuelve problemas geométricos con aplicaciones en contextos reales

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

A partir de este método de trabajo, los alumnos pueden comparar los resultados, y es una forma de mejorar el aprendizaje.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.

Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP

Actividad 1: R3_A1_A.ggb, R3_A1_B.ggb, R3_A1_C.ggb, R3_A1_D.ggb
Actividad 2: R3_A2.ggb
Actividad 3: R3_A3.ggb, R3_A3_1.ggb, R3_A3_2.ggb, R3_A3_3.ggb

A31

La documentación completa y necesaria sobre este recurso se puede encontrar en páginas A29-A53 de los anexos

RECURSO 4

MATRICES CON GEOGEBRA

DESCRIPCIÓN:

Este recurso está formado por 4 actividades en las que el alumnado manipula y ve diferencias entre resolución de matrices.
Se utiliza el GeoGebra como herramienta para poder visualizar la representación de las matrices y comparar resultados obtenidos.
Todas las actividades se pretende que se hagan de forma individual y en grupo.

ETAPA: 1 de Bachillerato

NUCLEO:

MATRICES: RESOLUCION DE MATRICES CON GEOGEBRA.

Autor del Recurso:
Jorge Álvarez Sorolla

Objetivo:

El objetivo principal de este recurso, es que el alumno pueda aprender mediante el GeoGebra a poder resolver matrices y saber el método de resolución así como su interpretación gráfica.

Es muy importante que el estudiante distinga los diferentes tipos de sistemas de ecuaciones: incompatibles o compatibles y, dentro de estos, determinados o indeterminados.

Que sepa reconocer cómo es cada uno de los que se le presentan. Para ello resulta muy útil la referencia geométrica; rectas para las ecuaciones con dos incógnitas y planos para las de tres.

Al no conocer la geometría analítica del espacio no supone ninguna traba para la interpretación geométrica de una ecuación lineal con tres incógnitas como un plano, y la relación que hay entre los distintos tipos de sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas, así como las posiciones en que pueden estar dos o más planos.
Utilizar la regla de Cramer es suficiente para apreciar todos los matices del proceso.

A54

Descripción de la actividad:

Se pretende que ya que en clase practicar las matrices, muchas veces visualizar la solución no es tarea sencilla para el profesor. Aquí se pretende que sepan visualizar las matrices. El uso del ordenador como herramienta de trabajo nos beneficia porque a la hora de desarrollan conceptos y repasar los ejercicios se visualizan los resultados mejor.

Recursos empleados:

Para poder llevar a cabo este recurso, es recomendable que se pongan en parejas y con ordenador. Se plantea para que ellos, a través de la guía del profesor, puedan realizar estos ejercicios. Pueden o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad a través del mismo programa, y si no se tiene el programa instalado, utilizar el archivo.

Aspectos didácticos y metodológicos:

Se pretende que los alumnos manipulen matrices, que vean las soluciones inmediatas manipulando, así como despertar la curiosidad y el conocimiento.

Se pretende que entre ellos comprueben los resultados obtenidos poderlos representar de manera fácil y sencilla con el GeoGebra. Con todo esto, lo que vamos a consiguiendo es que se familiaricen con éste programa, para que en posteriores ocasiones dispongan de una herramienta más en su aprendizaje.

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

A partir de este método de trabajo, los alumnos pueden comparar los resultados, y es una forma de mejorar el aprendizaje.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP
Actividad 1: R4_A1.ggb
Actividad 2: R4_A2.ggb
Actividad 3: R4_A3.ggb
Actividad 4: R4_A4.ggb

A55

La documentación completa y necesaria sobre este recurso se puede encontrar en páginas A54-A69 de los anexos

RECURSO 5

DERIVACIÓN

DESCRIPCIÓN:

Este recurso está formado por 4 actividades todas ellas relacionadas con la derivación,donde el alumnado consolida el concepto de derivada.
También a partir de objetos cotidianos puedan visualizar las derivadas y a su vez, estudiar las mismas.
Todas las actividades se pretende que se hagan de forma individual y en grupo.

ETAPA: 1 de Bachillerato

NUCLEO:

DERIVACION: DERIVANDO CON GEOGEBRA

Autor del Recurso:

Jorge Alvarez Sorolla

Objetivo:

Con este recurso se pretende que el alumno pueda manipular las derivadas, *así comprender* el estudio de las mimas para de una forma práctica. Con esto el alumno pueda aprender mediante el GeoGebra a poder resolver problemas de derivación así como entender el resultado y la interpretación gráfica del mismo.

Conocer e interpretar geométricamente la tasa de variación media en un intervalo y en un punto como aproximación al concepto de derivada y utilizar las regla de derivación para obtener la función derivada de funciones sencillas y de sus operaciones.

Calcula la tasa de variación media en un intervalo y la tasa de variación instantánea, las interpreta geométricamente y las emplea para resolver problemas y situaciones extraídas de la vida real.

Descripción de la actividad:

En una primera parte se puede desarrollar la actividad como un pequeño *examen donde* el alumno por sí solo realiza la tarea. A continuación se pueden poner en parejas para comparar los resultados en el ordenador.

A71

Del mismo modo, se les pueden pedir que lleven a clase latas o envases de Brick, para que de ese modo manipulando algo cotidiano se den cuenta de las ecuaciones que están presentes, de que forma pueden variar los objetos al variar sus tamaños, así entenderán que todo, tiene una explicación.

Recursos empleados:

Para poder llevar a cabo este recurso, es *recomendable* que se pongan en parejas y con ordenador. Se plantea para que ellos, a través de la guía del profesor, puedan realizar estos ejercicios. Pueden o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad a través del mismo programa, y si no se tiene el programa instalado, utilizar el archivo. Si bien, otro añadido a la misma es poder llevar a clase latas y envases de Brick para poderlo manipular y ver en clase.

Aspectos didácticos y metodológicos:

Se intenta conseguir una *idea intuitiva de límite de una función en un punto. Cálculo de lím*ites sencillos además de utilizar el límite como herramienta para el estudio de la continuidad de una función. Aplicación al estudio de las asíntotas. Tasa de variación media y tasa de variación instantánea. Aplicación al estudio de fenómenos económicos y sociales. Derivada de una función en un punto.

Con todo esto, intentamos que los alumnos manipulen derivadas, que vean las soluciones inmediatas y así despertar la curiosidad y el conocimiento.

Se pretende que entre ellos comprueben los resultados obtenidos poderlos representar de manera fácil y sencilla con el GeoGebra. Con todo esto, lo que vamos a consiguiendo es que se familiaricen con éste programa, para que en posteriores ocasiones dispongan de una herramienta más en su aprendizaje.

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

A partir de este método de trabajo, *los alumnos pueden comparar los resultados, y es una forma* de mejorar el aprendizaje.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP
Actividad 1: R5_A1.ggb
Actividad 2: R5_A2.ggb
Actividad 3: R5_A3.ggb

A72

La documentación completa y necesaria sobre este recurso se puede encontrar en páginas A71-A95 de los anexos

3.4. Competencias Clave

Según la Orden ECD/65/2015 [?] , las orientaciones de la Unión Europea insisten en la necesidad de la adquisición de las competencias clave por parte de la ciudadanía como condición indispensable para lograr que los individuos alcancen un pleno desarrollo personal, social y profesional que se ajuste a las demandas de un mundo globalizado y haga posible el desarrollo económico, vinculado al conocimiento.
DeSeCo (2003) [4] define competencia como «la capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada».
La competencia «supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones, y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz». Se contemplan, pues, como conocimiento en la práctica, es decir, un conocimiento adquirido a través de la participación activa en prácticas sociales y, como tales, se pueden desarrollar tanto en el contexto educativo formal, a través del currículo, como en los contextos educativos no formales e informales. Las competencias, por tanto, se conceptualizan como un «saber hacer» que se aplica a una diversidad de contextos académicos, sociales y profesionales. Para que la transferencia a distintos contextos sea posible resulta indispensable una comprensión del conocimiento presente en las competencias y la vinculación de este con las habilidades prácticas o destrezas que las integran.
Dado que el aprendizaje basado en competencias se caracteriza por su transversalidad, su dinamismo y su carácter integral, el proceso de enseñanza-aprendizaje competencial debe abordarse desde todas las áreas de conocimiento y por parte de las diversas instancias que conforman la comunidad educativa, tanto en los ámbitos formales como en los no formales e informales. Su dinamismo se refleja en que las competencias no se adquieren en un determinado momento y permanecen inalterables, sino que implican un proceso de desarrollo mediante el cual los individuos van adquiriendo mayores niveles de desempeño en el uso de las mismas.
Además, este aprendizaje implica una formación integral de las personas que, al finalizar la etapa académica, serán capaces de transferir aquellos conocimientos adquiridos a las nuevas instancias que aparezcan en la opción de vida que elijan. Así, podrán reorganizar su pensamiento y adquirir nuevos conocimientos, mejorar sus actuaciones y descubrir nuevas formas de acción y nuevas habilidades que les permitan ejecutar eficientemente las tareas, favoreciendo un aprendizaje a lo largo de toda la vida.

[4] Definición y Selección de Competencias, DeSeCo, 1999, 2003, http://deseco.ch/

Según el artículo 2, las competencias clave **(CC)** en el Sistema Educativo del currículo son las siguientes:

- Comunicación lingüística.**(CCL)**
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.**(CMCT)**
- Competencia digital.**(CD)**
- Aprender a aprender.**(CAA)**
- Competencias sociales y cívicas.**(CSYC)**
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.**(SIEP)**
- Conciencia y expresiones culturales. **(CEC)**

Vamos a analizar en primer lugar , qué son, cuántas son y qué características fundamentales las definen:

Las competencias clave tienen las siguientes características:

- Promueven el **desarrollo de capacidades** más que en la asimilación de contenidos, aunque éstos siempre estén presentes en el momento de materializar los aprendizajes.
- Tienen en cuenta el **carácter aplicativo del aprendizaje** puesto que por una persona çompetente"se entiende aquella que es capaz de resolver los problemas propios de su ámbito de actuación.
- Se fundamentan en su **carácter dinámico**, se desarrollan de manera progresiva y pueden ser adquiridas en situaciones e instituciones formativas de diferente tipo.
- Tienen un **carácter interdisciplinário o transversal**ya que las competencias integran aprendizajes procedentes de diversas disciplinas académicas.
- Son un punto de encuentro entre la calidad y la equidad puesto que pretenden garantizar una educación que dé respuesta a las necesidades reales de la época en que vivimos (calidad), al mismo tiempo que se pretende que las competencias sean alcanzadas por todo el alumnado para que puedan servir de base común a todos los ciudadanos y ciudadanas (equidad).

Al finalizar el Bachillerato, el alumnado, deberá tener un nivel elevado de las competencias clave. Esto, le servirá a la hora de incorporarse a la vida activa poderlo hacer con competencia y responsabilidad. Vamos a analizar en profundidad éstas competencias clave que deberán adquirir.

1.Competencia Lingüística (CCL)	
Definición	Habilidad en el uso del lenguaje para la comunicación, la representación, la comprensión y la interpretación de la realidad, la construcción del conocimiento y la organización del pensamiento, las emociones y la conducta
Conocimientos	• Componente lingüístico. • Componente pragmático-discursivo. • Componente sociocultural. • Componente estratégico. • Componente persona
Destrezas	• Leer y escribir. • Escuchar y responder. • Dialogar, debatir y conversar. • Exponer, interpretar y resumir. • Realizar creaciones propias
Actitudes	• Respeto a las normas de convivencia. • Desarrollo de un espíritu crítico. • Respeto a los derechos humanos y el pluralismo. • Concepción del diálogo como herramienta primordial para la convivencia, la resolución de conflictos y el desarrollo de las capacidades afectivas. • Actitud de curiosidad, interés y creatividad. • Reconocimiento de las destrezas inherentes a esta competencia como fuentes de placer.
2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)	
Definición	La competencia matemática implica la capacidad de aplicar el razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en su contexto. Las competencias básicas en ciencia y tecnología proporcionan un acercamiento al mundo físico y a la interacción responsable con él desde acciones, tanto individuales como colectivas, orientadas a la conservación y mejora del medio natural, decisivas para la protección y mantenimiento de la calidad de vida y el progreso de los pueblos
Conocimientos	• Números, medidas y estructuras. • Operaciones y las representaciones matemáticas. • Comprensión de los términos y conceptos matemáticos. • Los saberes o conocimientos científicos relativos a la física, la química, la biología, la geología, las matemáticas y la tecnología, los cuales se derivan de conceptos, procesos y situaciones interconectadas.

3.Competencia Digital (CD)	
Definición	Habilidad para buscar y procesar información mediante un uso creativo, crítico y seguro de las TIC
Conocimientos	• Técnicas y estrategias de acceso a la información. • Herramientas tecnológicas • Manejo de distintos soportes: oral, escrito, audiovisual, multimedia y digital
Destrezas	• Acceder, buscar y seleccionar críticamente la información. • Interpretar y comunicar información. • Eficacia técnica.
Actitudes	• Autonomía. • Responsabilidad crítica. • Actitud reflexiva

4.Aprender a aprender (CAA)	
Definición	Habilidad para iniciar, organizar y persistir en el aprendizaje.
Conocimientos	• Conocimiento de las capacidades personales. • Estrategias para desarrollar las capacidades personales. • Atención, concentración y memoria. • Motivación. • Comprensión y expresión lingüísticas.
Destrezas	• Estudiar y observar. • Resolver problemas. • Planificar proyectos. • Recoger, seleccionar y tratar distintas fuentes de información. • Ser capaz de autoevaluarse.
Actitudes	• Confianza en uno mismo. • Reconocimiento ajustado de la competencia personal. • Actitud positiva ante la toma de decisiones. • Perseverancia en el aprendizaje. • Valoración del esfuerzo y la motivación.

5. Competencias sociales y cívicas (CSC)	
Definición	Habilidad para utilizar los conocimientos y actitudes sobre la sociedad, entendida desde las diferentes perspectivas, en su concepción dinámica, cambiante y compleja, para interpretar fenómenos y problemas sociales en contextos cada vez más diversificados; para elaborar respuestas, tomar decisiones y resolver conflictos, así como para interactuar con otras personas y grupos conforme a normas basadas en el respeto mutuo y en las convicciones democráticas.
Conocimientos	• Conocimiento crítico de los conceptos de democracia, justicia, igualdad, ciudadanía y derechos humanos y civiles. • Conocimiento de los acontecimientos más destacados y las principales tendencias en las historias nacional, europea y mundial • Comprensión de los procesos sociales y culturales de carácter migratorio que implican la existencia de sociedades multiculturales en el mundo globalizado. • Conocimientos que permitan comprender y analizar de manera crítica los códigos de conducta y los usos generalmente aceptados en las distintas sociedades y entornos, así como sus tensiones y procesos de cambio. • Conceptos básicos relativos al individuo, al grupo, a la organización del trabajo, la igualdad y la no discriminación entre hombres y mujeres y entre diferentes grupos étnicos o culturales, la sociedad y la cultura. • Comprender las dimensiones intercultural y socioeconómica de las sociedades europeas, y percibir las identidades culturales y nacionales como un proceso sociocultural dinámico y cambiante en interacción con la europea, en un contexto de creciente globalización
Destrezas	• Capacidad de comunicarse de una manera constructiva en distintos entornos sociales y culturales. • Mostrar tolerancia, expresar y comprender puntos de vista diferentes. • Negociar sabiendo inspirar confianza y sentir empatía. • Habilidad para interactuar eficazmente en el ámbito público y manifestar solidaridad e interés por resolver los problemas que afecten a la comunidad. • Reflexión crítica y creativa. • Participación constructiva en las actividades de la comunidad. • Toma de decisiones, en particular, mediante el ejercicio del voto y de la actividad social y cívica.

Actitudes	• Seguridad en uno mismo, integridad y honestidad. • Interés por el desarrollo socioeconómico y su contribución a un mayor bienestar social. • Comunicación intercultural, diversidad de valores y respeto a las diferencias, comprometiéndose a la superación de prejuicios. • Pleno respeto de los derechos humanos. • Voluntad de participar en la toma de decisiones democráticas. • Sentido de la responsabilidad. • Comprensión y respeto de los valores basados en los principios democráticos. • Participación constructiva en actividades cívicas. • Apoyo a la diversidad y la cohesión sociales y al desarrollo sostenible. • Voluntad de respetar los valores y la intimidad de los demás, y la recepción reflexiva y crítica de la información procedente de los medios de comunicación
6. Sentido de iniciativa y espiritu emprendedor (SIEE)	
Definición	Capacidad para adquirir y aplicar una serie de valores y actitudes, y de elegir con criterio propio, transformando las ideas en acciones
Conocimientos	• Autoconocimiento. • Establecimiento de objetivos. • Planificación y desarrollo de un proyecto. • Habilidades sociales y de liderazgo
Destrezas	• Responsabilidad y autoestima. • Perseverancia y resiliencia. • Creatividad. • Capacidad para calcular y asumir retos responsablemente.
Actitudes	• Control emocional. • Actitud positiva ante el cambio. • Flexibilidad.
7. Conciencia y expresiones culturales y espiritu emprendedor (CEC)	
Definición	Habilidad para comprender, apreciar y valorar, con espíritu crítico y actitud abierta y respetuosa, diferentes manifestaciones culturales, e interesarse en su conservación como patrimonio cultural
Conocimientos	• Lenguajes y manifestaciones artísticas. • Técnicas y recursos específicos
Destrezas	• Comprender, apreciar y valorar críticamente. • Realizar creaciones propias.
Actitudes	• Curiosidad, interés y creatividad. • Reconocimiento de las manifestaciones culturales y artísticas como fuentes de placer y disfrute personal. • Valoración responsable y actitud de protección del patrimonio.

3.4.1. Análisis competencial de los recursos propios

Después de crear los recursos y comentar las competencias básicas en el bachiller, se van a comentar nuestros recursos y analizarlos competencialmente para ver si lo que se ha creado llega a las expectativas creadas. Se han creado los recursos, siguiendo los modelos del ARC.

RECURSO 1: PAGA SEMANAL Y TESTAMENTO FRANKLIN			
INDICADOR COMPETENCIAL		GRADO	COMENTARIO
PLANTEAMIENTO DEL RECURSO	Es interesante preguntarse si el recurso….		
	a) ¿Tiene como objetivo responder a una pregunta?	3	Se puede plantear preguntas sobre el conocimiento de las funciones elementales y su interpretación gráfica. Se podría preguntar , ¿Qué paga elegirías ? Explica el motivo de tu elección.
	b) Aplica conocimientos ya adquiridos y hace nuevos aprendizajes	2	Trabaja principalmente el uso de la función logarítmica y la función exponencial . A su vez, lo que podemos conseguir con este recurso es que sepan visualizar las graficas de funciones
	c) Relaciona conocimientos dentro de la matemática o con otras materias	2	Relaciona a parte del conocimiento de las funciones, el uso del calculo y la resolución de problemas. Del mismo modo se relaciona con algo de historia.
	d) Desarrolla distintas formas y estimula la curiosidad y creatividad	3	Al poner ejemplos de cosas cotidianas, que se pueden ver a diario, y le añadimos el uso de las TAC, conseguiremos que se desee aprender. Si utilizamos, como añadido a todo esto, elementos que hagan más atractivo el recurso conseguiremos captar mayor atención.
	e) Implica el uso de instrumentos diferentes	2	Además de usar ordenadores y aplicar el uso de las TIC, es necesario que además se conecten a internet para poder aplicar el cambio de moneda y así localizar divisas.

	Es interesante preguntarse si el recurso….		
G E S T I O N D E L R E C U R S O	**f)** Se fomenta la autonomía y la iniciativa del alumnado	3	Al estar pensado en realizarse primero de forma individual, conseguimos una mayor autonomía y la iniciativa para que el recurso sea lo más cercano al alumno .
	g) Preguntas adecuadas más que utilizando explicaciones	2	Se intenta preguntar de manera concreta para no confundir al alumno, ya que muchas veces, al hacer el enunciado de considerable tamaño, creamos confusión en el alumnado.
	h) Permite tanto trabajo individual como en parejas o en grupos	3	Se plantea una primera parte de análisis, y resolución de problemas de forma individual y posteriormente se plantea una en parejas o en grupos para poder desarrollar y comparar los resultados.
	i) Implica razonar sobre lo que se ha realizado y justificar los resultados	3	Si intenta que el alumno razone, intente saber la justificación matemática por la cual ha llegado a esa conclusión, y poderla defender y debatir ante sus compañeros. De esa forma conseguimos que puedan razonar entre ellos, se justifiquen unos con otros y se defiendan ante los planteamientos obtenidos.
	j) Hace progresar la representación y el lenguaje matemático	2	El lenguaje se mantiene al mismo nivel , pero a medida que avanzamos en el recurso, las cuestiones van haciendo progresar el lenguaje matemático.
VALORACION GENERAL DEL RECURSO Sobre los 30 puntos posibles, la valoración de su riqueza competencial ha llegado a 25 Desde el punto de vista del análisis competencial, es un recurso bueno, ya que alcanza una nota bastante buena. El uso de las TIC hace que los alumnos en pequeños grupos o en parejas, desarrollen mejor cualidades para el aprendizaje.			

<table>
<tr><td colspan="4">RECURSO 2: DEPORTE MATEMATICO</td></tr>
<tr><td colspan="2">INDICADOR COMPETENCIAL</td><td>GRADO</td><td>COMENTARIO</td></tr>
<tr><td rowspan="6">PLANTEAMIENTO DEL RECURSO</td><td colspan="3">Es interesante preguntarse si el recurso….</td></tr>
<tr><td>a) ¿Tiene como objetivo responder a una pregunta?</td><td>3</td><td>Se puede plantean preguntas sobre las matemáticas en el mundo del deporte y su interpretación gráfica. Se podría preguntar , ¿ Saltará o no ? ¿ Encestará o no ? Justifica tu respuesta.</td></tr>
<tr><td>b) Aplica conocimientos ya adquiridos y hace nuevos aprendizajes</td><td>3</td><td>Los conceptos que se añaden es poder visualizar las diferentes graficas a través del GeoGebra. Aprenden a tener percepción visual, y a manejarse a través de este programa.</td></tr>
<tr><td>c) Relaciona conocimientos dentro de la matemática o con otras materias</td><td>2</td><td>Relaciona con algo de Análisis, Calculo, ya que la interpretación de funciones requiere algo de derivación, resolución de problemas. Además se puede aplicar a la física, el movimiento parabólico.</td></tr>
<tr><td>d) Desarrolla distintas formas y estimula la curiosidad y creatividad</td><td>3</td><td>Viendo cosas tan cotidianas como la práctica de un deporte, conseguimos que fomente el aprendizaje matemático. El lanzamiento a canasta de un balón, puede traer consigo el estudio matemático de una función, el transformar un movimiento en una ecuación.</td></tr>
<tr><td>e) Implica el uso de instrumentos diferentes</td><td>2</td><td>Es necesario para poder hacer uso de las TAC el uso de ordenadores para que los alumnos, a partir de GeoGebra puedan experimentar y visualizar los ejercicios ,y así es una buena forma experimental entenderlo.</td></tr>
</table>

GESTION DEL RECURSO	Es interesante preguntarse si el recurso….		
	f) Se fomenta la autonomía y la iniciativa del alumnado	3	Se pretende fomentar la autonomía y la iniciativa para que el recurso sea lo más cercano al alumno para que de esa forma conseguir mejores resultados.
	g) Preguntas adecuadas más que utilizando explicaciones	2	Tanto el enunciado como la actividad tiene que resultar atractivo para el alumno. Si desde el principio no lo ve fácil vamos a dificultar su aprendizaje.
	h) Permite tanto trabajo individual como en parejas o en grupos	3	Al tener una segunda parte con el GeoGebra, lo que conseguimos es plantear en parejas o en grupos la posibilidad de comparar los resultados obtenidos en papel, con los resultados del ordenador. Del mismo modo, si permitimos que también experimenten con el GeoGebra, conseguiremos una mayor motivación y un mayor interés
	i) Implica razonar sobre lo que se ha realizado y justificar los resultados	3	El razonar y posteriormente comparar y justificar los resultados, hace que los alumnos puedan debatir entre ellos así como defender sus resultados y darse cuenta de los errores cometidos.
	j) Hace progresar la representación y el lenguaje matemático	3	La forma en que se plantea este recurso, es de forma progresiva, de manera que se vayan refrescando los conocimientos para después llegar a un lenguaje matemático más esmerado.
VALORACION GENERAL DEL RECURSO Sobre los 30 puntos posibles, la valoración de su riqueza competencial ha llegado a 27 En vista de la valoración hecha en cada una de las respuestas, podemos confirmar que este recurso es un buen recurso, porque es muy rico en competencias básicas a adquirir por el alumnado de bachillerato.			

<table>
<tr><td colspan="4">RECURSO 3: VIAJANDO CON LA TRIGONOMETRIA</td></tr>
<tr><td colspan="2">INDICADOR COMPETENCIAL</td><td>GRADO</td><td>COMENTARIO</td></tr>
<tr><td rowspan="6">PLANTEAMIENTO DEL RECURSO</td><td colspan="3">Es interesante preguntarse si el recurso….</td></tr>
<tr><td>a) ¿Tiene como objetivo responder a una pregunta?</td><td>2</td><td>No hay una pregunta concreta a la cual responder, más bien , se intenta que visualicen lo que saben calcular de Trigonometría, viendo como puede ser usado en la vida cotidiana.</td></tr>
<tr><td>b) Aplica conocimientos ya adquiridos y hace nuevos aprendizajes</td><td>2</td><td>El alumno tiene que recordar aquellos conocimientos que tienen que ver con Trigonometría para poder realizar los cálculos buscando objetos reales que aunque no sean cotidianos pueden verse en la calle.</td></tr>
<tr><td>c) Relaciona conocimientos dentro de la matemática o con otras materias</td><td>2</td><td>Puede relacionarse con algo de historia, pero de manera cultural, no hay una relación directa entre ellas. Del mismo modo que puede haber relación algo con Física.</td></tr>
<tr><td>d) Desarrolla distintas formas y estimula la curiosidad y creatividad</td><td>3</td><td>Al poder aplicar conocimientos matemáticos a la realidad, a aspectos de la vida, estimula curiosidad al igual que puede buscar ejemplos diarios donde poder aplicar estos conceptos. En la propia ciudad, en ciudades próximas, viajar a otros destinos.</td></tr>
<tr><td>e) Implica el uso de instrumentos diferentes</td><td>3</td><td>Se usan sobre todo herramientas TIC como el GeoGebra y el ordenador ,que permiten visualizar y comprobar los resultados</td></tr>
</table>

	Es interesante preguntarse si el recurso….		
GESTION DEL RECURSO	**f)** Se fomenta la autonomía y la iniciativa del alumnado	3	Como es un recurso que se hace al principio de forma individual, permite que al interpretarlo con el GeoGebra, puedan haber distintos resultados y entre ellos se pongan de acuerdo en cual es el correcto
	g) Preguntas adecuadas más que utilizando explicaciones	2	La claridad es algo fundamental para atraer el interés y la atención del alumno, para poder centrarlos antes de realizar la actividad y que se sienta a gusto con ella.
	h) Permite tanto trabajo individual como en parejas o en grupos	2	Al plantear una parte de forma individual y la otra como aplicación de las TIC / TAC en parejas, lo que conseguimos es una mayor atención y que sea un trabajo colaborativo
	i) Implica razonar sobre lo que se ha realizado y justificar los resultados	3	Cuando entre ellos se dan cuenta de los resultados que han obtenido y que si ambos son diferentes, intentan llegar a un consenso, a una unidad, lo que se consigue es que razonen si están o no bien los resultados y entre ellos justifiquen la mejor opción.
	j) Hace progresar la representación y el lenguaje matemático	2	Se intenta que intente alcanzar y progresar según la complejidad de los ejercicios con el fin de que vaya poco a poco aumentando el lenguaje matemático.

VALORACION GENERAL DEL RECURSO

Sobre los 30 puntos posibles, la valoración de su riqueza competencial ha llegado a 24

Podemos decir en vista de los resultados obtenidos que el recurso es bueno, que trabaja en buena medida todas las competencias básicas para adquirir en el bachillerato

<table>
<tr><td colspan="4">RECURSO 4: MATRICES CON GEOGEBRA</td></tr>
<tr><td colspan="2">INDICADOR COMPETENCIAL</td><td>GRADO</td><td>COMENTARIO</td></tr>
<tr><td rowspan="6">P L A N T E A M I E N T O D E L R E C U R S O</td><td colspan="3">Es interesante preguntarse si el recurso….</td></tr>
<tr><td>a) ¿Tiene como objetivo responder a una pregunta?</td><td>2</td><td>Hay una pregunta clara; ¿Sabrías utilizar GeoGebra para resolver matrices ? La finalidad que llegamos con esto, es que puedan entender el método para poder luego ponerse ejercicios y saber si están o no bien resueltos</td></tr>
<tr><td>b) Aplica conocimientos ya adquiridos y hace nuevos aprendizajes</td><td>2</td><td>Aplica los ya adquiridos con el tema de matrices, y resolución de problemas de las mismas. De la forma que esta planteado conseguimos que aprender a usar GeoGebra como complemento de su aprendizaje</td></tr>
<tr><td>c) Relaciona conocimientos dentro de la matemática o con otras materias</td><td>1</td><td>Existe una relación con la parte de la Geometría, con la visualización de los planos, de que forma se cortan.</td></tr>
<tr><td>d) Desarrolla distintas formas y estimula la curiosidad y creatividad</td><td>3</td><td>Como se pueden manipular las matrices, según los valores, lo que estamos aumentando es la curiosidad. Se intenta de una manera fácil, y de una manera concreta que sean creativos a la hora de aprender y visualizar conceptos.</td></tr>
<tr><td>e) Implica el uso de instrumentos diferentes</td><td>3</td><td>Fundamentalmente predomina el uso de herramientas TIC como el GeoGebra y el ordenador ,que permiten visualizar y comprobar los resultados</td></tr>
</table>

	Es interesante preguntarse si el recurso….		
G E S T I O N D E L R E C U R S O	**f)** Se fomenta la autonomía y la iniciativa del alumnado	2	En primer lugar se requiere que el alumno sepa hacer los ejercicios, los plantee, y los resuelva. Una vez hecho, tiene que hacer mediante GeoGebra, la forma para demostrar que lo que ha hecho de forma individual, este o no correcto.
	g) Preguntas adecuadas más que utilizando explicaciones	2	Todo se ha preguntado con la mayor claridad, de forma precisa sin complicaciones para que sea adecuado y no crear confusión con el tema
	h) Permite tanto trabajo individual como en parejas o en grupos	2	Tal y como esta planteado este recurso, la primera parte seria de forma individual y la otra como aplicación de las TIC / TAC en parejas, lo que conseguimos es una mayor atención y que sea un trabajo colaborativo. De esa forma, el resultado será mejor.
	i) Implica razonar sobre lo que se ha realizado y justificar los resultados	3	En el momento que entre ellos comprueban los resultados y ellos mismos interpretan las diferencias, ven y comprueban quien tiene razón y quien no. Lo que estamos consiguiendo es que entre ambos intenten aprender uno del otro y así los resultados habrán sido del todo razonados.
	j) Hace progresar la representación y el lenguaje matemático	3	Los progresos que el alumno consigue con este recurso, le permiten poder visualizar en la representación de matrices. De este modo, probando y viendo los resultados obtenidos, avanzamos.
VALORACION GENERAL DEL RECURSO Sobre los 30 puntos posibles, la valoración de su riqueza competencial ha llegado a 23 Con este recurso , y viendo los resultados obtenidos, podemos afirma que el recurso es bueno. Trabaja en buena medida todas las competencias básicas para adquirir en el bachillerato.			

RECURSO 5: DERIVACION			
INDICADOR COMPETENCIAL		GRADO	COMENTARIO
PLANTEAMIENTO DEL RECURSO	Es interesante preguntarse si el recurso….		
	a) ¿Tiene como objetivo responder a una pregunta?	2	No hay una pregunta concreta a la cual responder, más bien , se intenta que visualicen lo que saben calcular de Derivación viendo como puede ser usado en la vida cotidiana.
	b) Aplica conocimientos ya adquiridos y hace nuevos aprendizajes	2	Tiene como objetivo que el alumno aprenda derivación aplique conocimientos previos aprendidos para luego ir haciendo nuevos aprendizajes sobre otros conceptos.
	c) Relaciona conocimientos dentro de la matemática o con otras materias	2	Puede relacionarse con otros conocimientos dentro de las matemáticas. Se relaciona con Física, de echo los recursos se pueden hacer también por medio de esta materia.
	d) Desarrolla distintas formas y estimula la curiosidad y creatividad	2	Cuando utilizamos objetos que podemos ver diariamente, objetos cotidianos hacen que apliquemos conocimientos matemáticos a la realidad. Estos aspectos de la vida, estimulan curiosidad al igual que puedan buscar ejemplos diarios donde poder aplicar estos conceptos.
	e) Implica el uso de instrumentos diferentes	3	Se intenta visualizar mediante objetos cotidianos y también se intenta plasmar a través de recursos TIC / TAC para afianzar conceptos.

	Es interesante preguntarse si el recurso….		
GESTION DEL RECURSO	**f)** Se fomenta la autonomía y la iniciativa del alumnado	3	El recurso en su primera parte, se hace de forma individual, para posteriormente interpretarlo con el GeoGebra. Podrán obtener distintos resultados y entre ellos se pondrán de acuerdo en cual es el correcto
	g) Preguntas adecuadas más que utilizando explicaciones	2	Se pretende ser muy claro y muy preciso para atraer el interés y la atención del alumno. De esa forma la claridad hace que las preguntas sean precisas
	h) Permite tanto trabajo individual como en parejas o en grupos	2	Se intenta al principio plantear una parte de forma individual y la otra como aplicación de las TIC / TAC en parejas, lo que conseguimos un trabajo colaborativo para que los conceptos sean afianzados.
	i) Implica razonar sobre lo que se ha realizado y justificar los resultados	3	A partir de realizar los ejercicios de forma individual y luego ponerlos en común, lo que se consigue es que se impliquen y se justifiquen y que discutan los resultados.
	j) Hace progresar la representación y el lenguaje matemático	2	Al ir avanzando poco a poco con la complejidad de los ejercicios se progresa, se avanza para afianzar los conceptos.

VALORACION GENERAL DEL RECURSO

Sobre los 30 puntos posibles, la valoración de su riqueza competencial ha llegado a 23

Podemos decir en vista de los resultados obtenidos que el recurso es bueno, que trabaja en buena medida todas las competencias básicas para adquirir en el bachillerato

3.5. Evaluación

Veamos los criterios de evaluación de los bloques de currículo: [5]

BLOQUE	UNIDAD	CRITERIOS DE EVALUACION	CC
ARITMÉTICA Y ALGEBRA	1. Clasificación y representación de los conjuntos numéricos	• Comprender las ampliaciones sucesivas de los conjuntos numéricos, con atención especial a los números reales. • Distinguir los números reales de sus aproximaciones.	CCL, CMCT, CAA, SIEP, CEC
	2. El cálculo con números decimales: notaciones, aproximaciones y errores en función de la situación objeto del cálculo	• Aplicar y saber identificar en problemas prácticos las relaciones entre la descomposición de polinomios y la resolución de ecuaciones polinómicas. • Comprender y utilizar la relación entre los ceros de un polinomio y las soluciones de la ecuación polinómica. • Ser capaz de evaluar el error aceptable según la situación de que se trate. • Dominar el concepto de aproximaciones sucesivas a un número real y su utilización en contextos problemáticos, además de tener criterios de decisión sobre cuál es el error aceptable en diversos contextos de la vida real • Relacionar las funciones elementales con su representación cartesiana. Modelizar situaciones reales mediante las funciones, y extraer consecuencias. • Conocer la expresión y las propiedades de las funciones elementales polinómicas de primero y segundo grado y proporcionalidad inversa, y ser diestro en la utilización de éstas para modelizar y resolver problemas de la vida real	CCL, CMCT, CD, CAA, SIEP, CEC
	3. Las progresiones: un modelo para el estudio del interés simple y del compuesto.	• Saber calcular y comprender el significado del concepto intuitivo de límite de una sucesión • Dominar el concepto de tasa en los diversos contextos, y especialmente el tanto por ciento. • Aplicar a los diversos contextos económicos las herramientas financieras aprendidas. • Reconocer y utilizar el modelo de las progresiones geométricas para los problemas de interés compuesto y para los relacionados con productos financieros que se rigen por ellos.	CCL, CMCT, CD, CAA, CSYC, SIEP, CEC
	4. La hoja de cálculo: una herramienta para resolver problemas de matemática financiera	• Utilizar correctamente el lenguaje algebraico, y comprender su significado. • Ser hábil en la modelización algebraica de problemas contextualizados, utilizando las diversas herramientas aprendidas. Combinar las diversas herramientas y estrategias aprendidas para enfrentarse a problemas utilizando la deducción y la argumentación.	CCL, CMCT, CD, CAA, CSYC,
	5. El cálculo con polinomios: la transformación de expresiones algebraicas, para aplicar en el estudio de funciones.	• Hacer con soltura las operaciones con polinomios, entender el significado del valor numérico de un polinomio y utilizarlo para calcular las raíces. • Comprender y utilizar la relación entre ceros de un polinomio y soluciones de una ecuación polinómica, como paso para la futura comprensión de las funciones polinómicas	CMCT, CCL, CMCT, CD, CAA,

[5]Generalitat de Catalunya- DECRETO 142/2008, DOGC núm 5183.

BLOQUE	UNIDAD	CRITERIOS DE EVALUACION	
GEOMETRIA	1. - Las funciones circulares en el estudio de fenómenos periódicos y la trigonometría para resolver problemas por triangulación	Resolver triángulos rectángulos con soltura. Saber plantear y resolver problemas prácticos de trigonometría utilizando las herramientas aprendidas sobre medida de ángulos. Estar familiarizado con la resolución de triángulos. Aplicar a situaciones reales las técnicas de resolución de triángulos, con énfasis especial en el caso de triángulos rectángulos.	CCL, CMCT, CD, CAA, CSYC, SIEP, CEC
	2. Los vectores como forma de representar una magnitud y una dirección.	• Transcribir situaciones geométricas al lenguaje vectorial bidimensional y utilizar las técnicas para resolver problemas. Utilizar con destreza la relación entre dirección y pendiente de una recta, unido a la comprensión del concepto de paralelismo. • Transcribir al lenguaje algebraico el concepto de lugar geométrico, y saber interpretar las expresiones algebraicas correspondientes. Conocer las ecuaciones de las cónicas referidas en sus ejes principales.	CCL, CMCT, CSYC, SIEP, CEC
ANÁLISIS	1. Estudio de las características de ciertos tipos de funciones que pueden ser modelos de fenómenos científicos, tecnológicos, económicos y sociales.	• Operar con soltura con exponentes y logaritmos como primer paso para la futura comprensión de las funciones exponenciales y logarítmicas, y entender su significado. • Interpretar y utilizar el concepto de función, su expresión algebraica y las operaciones con funciones. Ser capaz de traducir el lenguaje de las funciones a situaciones del entorno, y al revés, ser capaz de construir funciones a partir de datos reales. • Conocer e identificar los tipos básicos de funciones, así como sus propiedades, y distinguir entre las propiedades de los diversos tipos de funciones • Comprender el concepto de logaritmo y dominar la operatividad aritmética con las propiedades de los logaritmos, sobre la base del conocimiento y el dominio de la operatividad con exponentes	CMCT, CD, SIEP, CEC
	2. Interpretación física y geométrica de las tasas de cambio en contextos científicos diversos	Comprender y saber utilizar los conceptos ligados a la variación de una función. Saber utilizar en problemas prácticos el concepto de tasa de variación de una funcióny su aplicación a contextos de la realidad, comprenderel concepto de derivada de una función en un punto y ser diestro en el cálculo de funciones derivadas sencillas.	CCL, CMCT, CD, CAA, CSYC

BLOQUE	UNIDAD	CRITERIOS DE EVALUACION	
PROBABILIDAD Y ESTADISTICA	1. Análisis del tipo y grado de relación entre dos variables en contextos científicos y sociales	• Resolver problemas en que intervengan los conceptos de probabilidad y dependencia o independencia de acontecimientos, en casos ligados a conceptos elementales de combinatoria. • Interpretar la posible relación entre variables utilizando el coeficiente de correlación y la recta de regresión, y ser capaz de aplicar los conceptos básicos de la Estadística descriptiva y bivariante a situaciones sencillas. • Utilizar con soltura la calculadora y el ordenador para facilitar cálculos, hacer representaciones gráficas, y explorar y simular situaciones. Utilizar inteligentemente las TIC, ser capaz de interpretar los resultados de una operación automática en el contexto del problema que se está resolviendo	CCL, CMCT, CD, CAA, CSYC, SIEP, CEC
	2. Aplicación de las técnicas de recuento y del cálculo de probabilidades para resolver situaciones y problemas de la vida cotidiana	• Aplicar técnicas sencillas de recuento en situaciones de la vida real.	CCL, CMCT, CD, CAA, CSYC, SIEP, CEC
	3. Las diferentes fases y tareas de un trabajo estadístico	• Interpretar la posible relación entre variables utilizando el coeficiente de correlación y la recta de regresión. Ser capaz de aplicar los conceptos básicos de la Estadística descriptiva y bivariante a situaciones sencillas.	CCL, CMCT, CD, CSYC, SIEP,

4. Concordancia entre resultados y objetivos

Según los objetivos específicos planteados en el punto 2 y teniendo en cuenta los resultados obtenidos, vamos a ver como se han trabajado cada objetivos según estos resultados. Hemos conseguido conocer el currículo de primero de Bachillerato tanto científico como el de las ciencias sociales. Hemos aplicado el GeoGebra a nuestros recursos, dando con ello un valor añadido competencialmente hablando. De otra forma, hemos preparado estos recursos siguiendo la estructura para poder ser subido al ARC, y además se ha creado un libro en GeoGebra. Vamos a ver la riqueza competencial de nuestros recursos y los resultados obtenidos.

	REC1	REC2	REC3	REC4	REC5	Media	
Pregunta a)	3	3	2	2	2	2,3	
Pregunta b)	2	3	2	2	2	2,1	
Pregunta c)	2	2	2	1	2	1,7	
Pregunta d)	3	3	3	3	2	2,7	
Pregunta e)	2	2	3	3	3	2,5	
Pregunta f)	3	3	3	2	3	2,7	
Pregunta g)	2	2	2	2	2	2,0	
Pregunta h)	3	3	2	2	2	2,3	
Pregunta i)	3	3	3	3	3	3,0	
Pregunta j)	2	3	2	3	2	2,3	
TOTAL	25	27	24	23	23	23,7	

Tabla de los resultados obtenidos

	Competencias
Recurso 1	CCL,CMCT,CD,CAA,CSYC,SIEP
Recurso 2	CCL,CMCT,CD,CAA,SIEP
Recurso 3	CCL,CMCT,CD,CAA,SIEP
Recurso 4	CCL,CMCT,CD,CAA,SIEP
Recurso 5	CCL,CMCT,CD,CAA,SIEP

Competencias clave (CC): comunicación lingüística (CCL), competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT), competencia digital (CD), aprender a aprender (CAA), competencias sociales y cívicas (CSYC), sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP) y conciencia y expresiones culturales (CEC).

5. Conclusiones

En este apartado haremos una pequeña reflexión sobre los puntos fundamentales de este trabajo, las TIC y las TAC y el análisis competencial.

En la primera parte hemos visto como influyen las matemáticas en la sociedad, qué retos supones para la enseñanza el avance que estamos teniendo con las tecnologías de la información. El núcleo fundamental de los cursos de bachillerato en el ámbito de las matemáticas, es la resolución de problemas.

Los medios tecnológicos, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y en definitiva, para hacer matemáticas. En las diferentes etapas del aprendizaje, el alumnado pasa de ser una primera etapa instrumental, a experimentar, y posteriormente conjeturar hasta llegar a profesional de los estudios superiores. El bachillerato es el periodo donde el alumno, debe dar respuesta a los conceptos aprendidos en las primeras etapas del aprendizaje.

Para poder dar respuesta a estos conceptos, muchas veces el alumno se encuentra con la dificultad de visualizar estos conceptos o recordar conceptos anteriormente aprendidos.

Desde la Xarxa telemática de Cataluña, se plantean distingas estrategias didácticas para alcanzar el objetivo de poner a disposición de los docentes, el materia necesario para que puedan aplicarlos en las aulas, y así enriquecer el método de enseñanza.

Se pretende mediante esta red, intentar alcanzar a todo tipo de alumnado que encuentre dificultades a la hora del aprendizaje.

Para hacer posible esto, he creado recursos con la finalidad de que al ser expuesto en una clase, a través del título, a través del problema, se pueda llevar a cabo el aprendizaje de algunos conceptos. Al poner el GeoGebra como complemento añadido para la resolución de estos conceptos, lo que hacemos es que adquieran más riqueza competencial.

A pesar de que todos estos recursos, al tener GeoGebra han obtenido una nota bastante buena, el progreso y el esfuerzo aplicado han dado un resultado favorable, hay que profundizar para mejorar más si cabe y llegar a una nota más sobresaliente.

6. Bibliografía

Referencias

[1] Generalitat de Catalunya, Departament d´Enseyament. (s.f). XTEC - Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya,
`http://apliense.xtec.cat/arc/`, 2018.

[2] GeoGebra, (s.f).
`www.geogebra.org`, 2018.

[3] Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre,
`https://www.boe.es/buscar/pdf/2007/BOE-A-2007-238-consolidado.pdf`
Núm. 5 -5 de enero de 2007

[4] POLYA, George. (1945). ,
`¿Cómo plantear y resolver problema?` ,México : Trillas, 1965.

[5] Generalitat de Catalunya, Departament d´Enseyament. (s.f). XTEC - Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya
`xtec.gencat.cat/ca/inici`, 2018.

[6] Generalitat de Catalunya, Departament d´Enseyament. (s.f). XTEC - Diversitat i NEE ,
`xtec.gencat.cat/ca/recursos/dnee/dua/`, 2018.

[7] Generalitat de Catalunya, Departament d´Enseyament. (s.f).Alexandria - Biblioteca de Recursos digitals per al aula ,
`http://alexandria.xtec.cat/?lang=es`, 2018.

[8] XTEC - Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya *CESIRE*,
`xtec.gencat.cat/ca/inici`, 2018.

[9] Relación de competencias básicas, Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu *COMPE1*,
`http://csda.gencat.cat/web/.content/home/consell`$_{s}uperior_{da}valua/pdf_{ia}ltres/static_{f}ile$

[10] Ministerio de Educación,Cultura y Deporte, Orden ECD/65/2015, de 21 de enero
`https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/29/pdfs/BOE-A-2015-738.pdf`

Treball final de grau

GRAU DE MATEMÀTIQUES

Facultat de Matemàtiques i Informàtica
Universitat de Barcelona

ANEXOS AL TRABAJO TAC TECNOLOGIAS DEL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO

Autor: Jorge Alvarez Sorolla

Director: Dra. Olga Lavila Vidal
Realitzat a: Departament de Matemàtiques i Informàtica

Barcelona, 27 de junio de 2018

ANEXOS

En estos anexos podemos ver de forma más desarrollada los recursos que he creado para el posterior análisis competencial.

Se ha intentado, de forma que el/ profesor/a, en caso de tener desconocimiento o no tener mucho conocimiento con el GeoGebra, pueda, mediante pequeñas guías, llegar a plantear en el aula el uso de éste sin gran dificultad.

RECURSO 1:

PAGA SEMANAL Y EL TESTAMENTO DE FRANKLIN

CURIOSIDADES DE LAS FUNCIONES

Contenido del recurso:

PAGA SEMANAL Y EL TESTAMENTO DE FRANKLIN

CURIOSIDADES DE LAS FUNCIONES

Autor del Recurso:
Jorge Álvarez Sorolla

Objetivo:

El objetivo principal de este recurso, es que el alumno pueda ver diferentes funciones. Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Estudiar de otros modelos funcionales y descripción de sus características, usando el lenguaje matemático apropiado y su aplicación en contextos reales.

- Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
- Conocer las características de algunas funciones, asociar sus expresiones analíticas a sus gráficas.
- Asociar la gráfica de una función exponencial o logarítmica a su expresión analítica.
- Dominar el manejo de funciones elementales, así como de las funciones definidas "a trozos".

La defensa oral y por escrito de los propios razonamientos, aceptación de los errores cometidos y la comprensión delante de los errores de los otros. Se trata de establecer planes de trabajo individuales o en grupo que facilite la comunicación entre los estudiantes.

Descripción de la actividad:

Algo tan cotidiano y tan cercano como la paga semanal, puede llevar a la conclusión de lo que a priori parece mejor, a la larga no lo sea. Se intenta que vean, comparen algo tan cercano como puede ser la paga semanal y aprendan a distinguir estas funciones. Como curiosidad, el testamento de FranklIn, un ejemplo de cómo usar la función logarítmica en este caso tan concreto.

Recursos empleados:

Es recomendable para poder llevar a cabo este recurso, que se pongan en parejas y con ordenador. Para, o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad a través del mismo programa, y si no, utilizar el archivo sin tener el programa instalado

Aspectos didácticos y metodológicos:

Lo que se pretende es que sepan y conozcan algunas funciones a partir de despertar la curiosidad y el conocimiento de los alumnos.

Esta actividad lo que pretende es a partir de los resultados obtenidos poderlos representar de manera fácil y sencilla con el GeoGebra.

De ese modo, lo que vamos consiguiendo es que se familiaricen con él o para posteriores ocasiones dispongan de una herramienta más en su aprendizaje.

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

El punto de convergencia es el método de trabajo, el cual, nos permite interpretar la realidad y reúne aquellos aspectos en los que las disciplinas aparecen disperso.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP
Actividad 1: R1_A1.ggb
Actividad 2: R1_A2.ggb

RECURSO 1. PAGA SEMANAL Y EL TESTAMENTO DE FRANKLIN

ACTIVIDAD 1: La paga de mis padres

El padre de Pedro y de Juan, les quiere dar una paga semanal. Les propone lo siguiente; A Juan, su hermano pequeño, le dé 5 € a la semana, mientras que a Pedro, le dará de la siguiente forma:
5 céntimos la primera semana, la segunda el doble, la tercera el doble de la segunda y así sucesivamente.
Quieren ahorrar para comprarse una moto que vale 1.500€.

Ejercicio 1

a) ¿Qué preferirías tú? ¿Por qué?

b) Rellena la tabla que da la paga semanal y de la paga acumulada.

c) Función y/o gráfica que nos da la paga semana de Juan y paga del dinero acumulado.

d) Haz lo mismo con la paga de Pedro

e) Mediante el GeoGebra. Partiendo de una hoja en blanco.

Dibuja las gráficas de las funciones que representan la paga semanal y acumulada de Juan y la de Pedro.

f) ¿Cuánto tardará cada uno en comprar la moto de 1.500 €?

g) Por tanteo/ GeoGebra, ¿en qué semana han recibido la misma cantidad de dinero?.

h) ¿Sabrías calcular las funciones inversas de $f_2(x)$ = 5x y $g_2(x)$ = 2^x ?

ACTIVIDAD 2: El testamento de Franklin (1706 -1790)

Benjamín Franklin, aparte de político americano, fue famoso por su testamento. En éste, proponía dejar a los vecinos de Boston 1.000 libras, para que fueran prestadas al 5%, a los artesanos jóvenes. Al cabo de cien años esta suma se elevaría a 131.000 libras esterlinas.

Deseo que entonces sean empleadas, 100.000 libras en la construcción de edificios públicos, y las 31.000 restantes concedidas en crédito por un plazo de 100 años. Al cabo de este tiempo la suma habría llegado a 4.061.000 libras esterlinas, de las cuales 1.060.000 dejo a disposición de los vecinos de Boston y 3.000.000, al municipio de Massachusetts. En lo sucesivo no me atrevo a seguir extendiéndome con más disposiciones.

Ejercicio 1: Basándonos en el texto anterior.

a. ¿Son ciertos los cálculos que planteó Franklin? Encuentra la función que define este problema.

b. ¿Cuánto dinero dieron esas 31.000 al cabo de 100 años?

c. A fecha de hoy. ¿Cuánto dinero habrían dado esas 31.000 libras?

d. Cuantos años tendrían que pasar para tener billón de libras (mil millones).

e. Podrías decir. ¿Cuántos € (EUR) equivalen esas libras esterlinas £ (GBP)?

Ejercicio 2: Basándonos en los resultados obtenidos, vamos a representarlos mediante el GeoGebra.

a. Representa la función que da el dinero que hay en el banco en función de los años que han pasado desde la muerte de Franklin.
b. Si murió en 1790, en el año 1850 habían pasado menos de 100 años desde de su muerte. Dibuja la gráfica de esa función en GeoGebra.
c. Mirando la función, ¿Qué valor tiene en el año 1890 ?__________________
d. ¿Cuánto dinero tendrán el año 2018?

RECURSO 1. PAGA SEMANAL Y EL TESTAMENTO DE FRANKLIN

ACTIVIDAD 1: La paga de mis padres

El padre de Pedro y de Juan, les quiere dar una paga semanal. Les propone lo siguiente; A Juan, su hermano pequeño, le dé 5 € a la semana, mientras que a Pedro, le dará de la siguiente forma:
5 céntimos la primera semana, la segunda el doble, la tercera el doble de la segunda y así sucesivamente.
Quieren ahorrar para comprarse una moto que vale 1.500€.

Ejercicio 1

a) ¿Qué preferirías tú? ¿Por qué?

b) Rellena la tabla que da la paga semanal y de la paga acumulada.

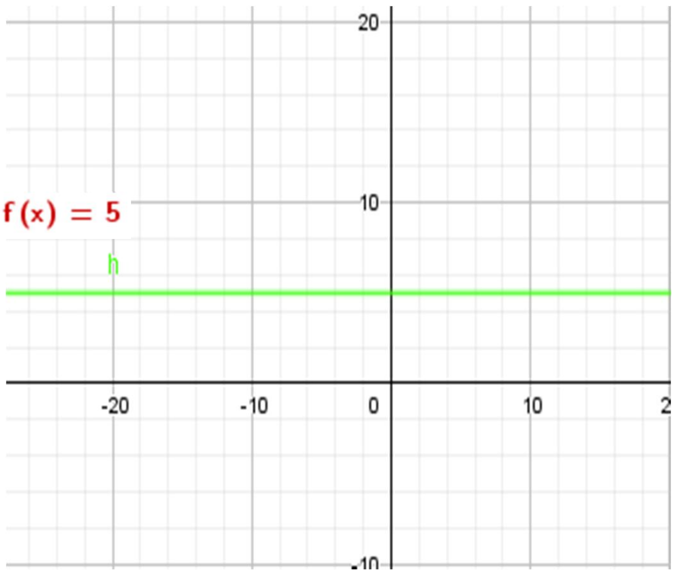
Pedro

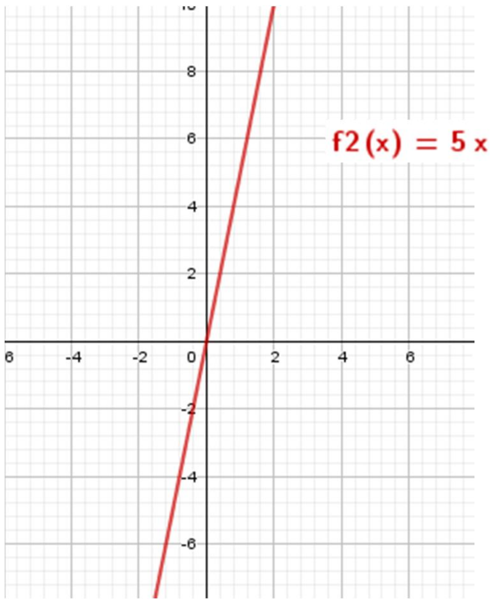
Semana	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º
(Euros €)	0,05	0,10	0,20	0,40	0,80	1,60	3,20	6,40
Acum €	0,05	0,15	0,35	0,75	1,55	3,15	6,35	12,75

Juan

Semana	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º
(Euros €)	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
Acum €	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00

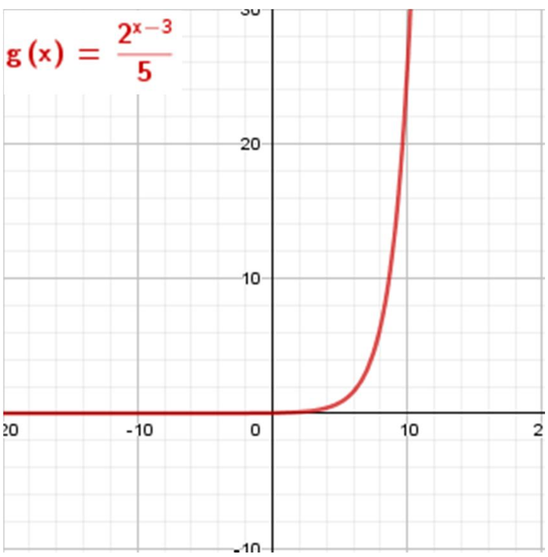
c) Función y/o gráfica que nos da la paga semana de Juan y paga del dinero acumulado.

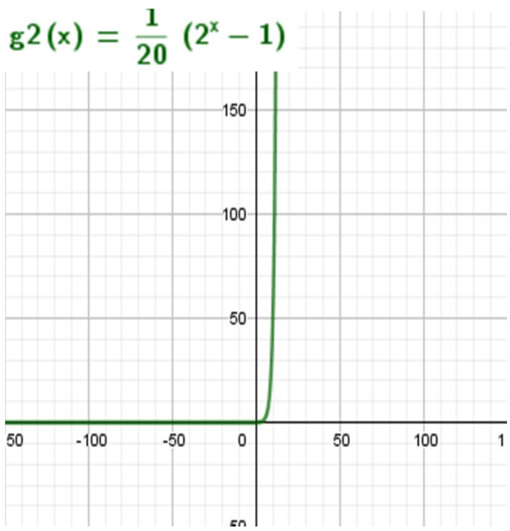




Paga semanal JUAN Paga acumulada

d) Haz lo mismo con la paga de Pedro

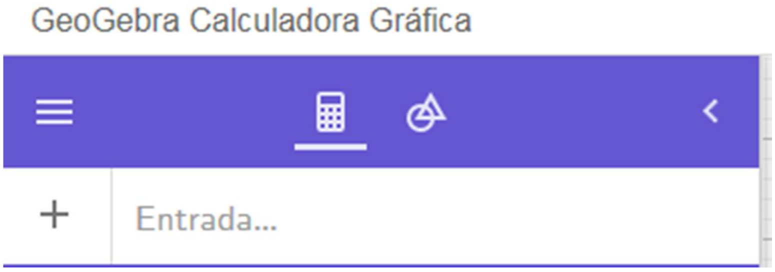




Paga semanal Pedro Paga acumulada

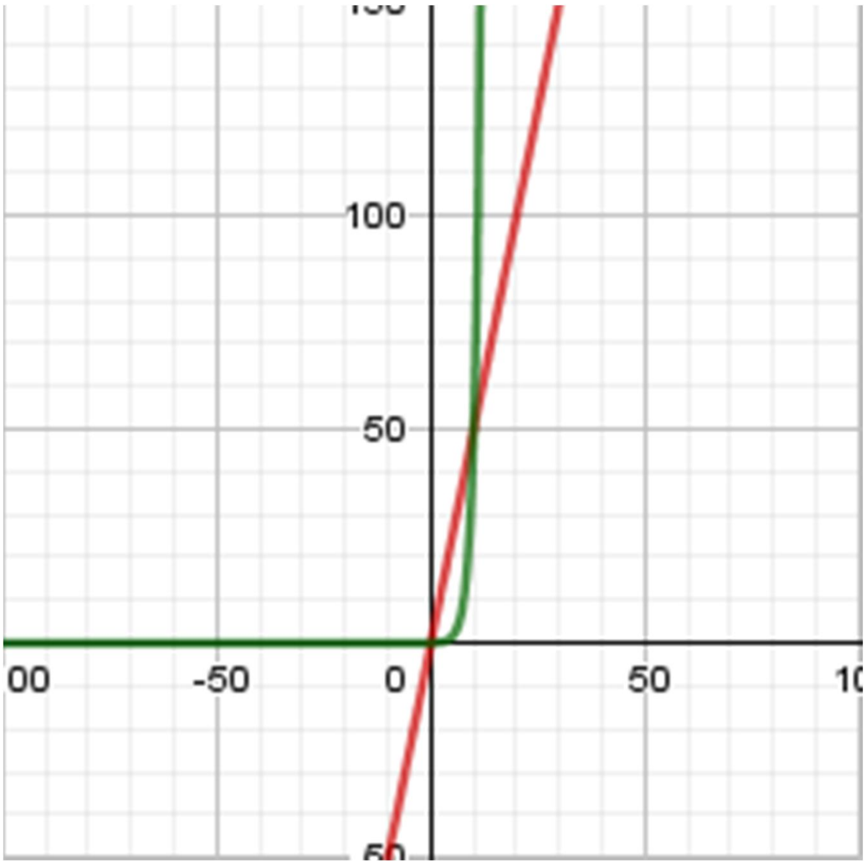
e) Mediante el GeoGebra. Partiendo de una hoja en blanco.
Puedes dibujar las gráficas de las funciones que representan las pagas semanal y acumulada de Juan y la de Pedro.

Se pide a los alumnos que entren en https://www.geogebra.org/graphing



Donde pone Entrada escribimos $f\_2(x)$ =5x y le damos a intro.

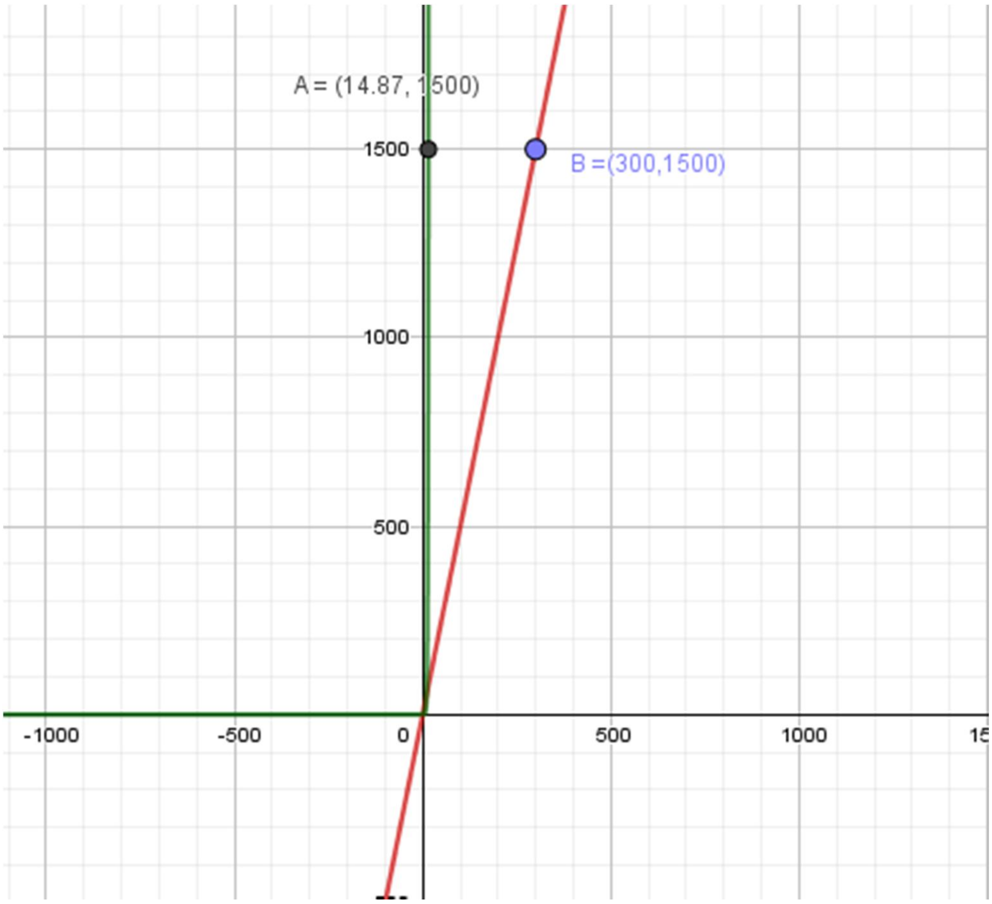
En segundo lugar, escribimos g_2 $(x) \ = \ 1 \ / \ 20 \ (2^x \ - \ 1)$ y aparecerán las dos gráficas.



f) ¿Cuánto tardará cada uno en comprar la moto de 1.500 €?

Solución: Ver archivo R1_A1.ggb

Hemos puesto la función y=1500 para conocer los puntos A (14.87,1500) y B (300,1500) mediante la intersección de Y con $f_2(x)$ y con $g_2(x)$.



JUAN: f2(x) = 5x, donde h es la función de la paga acumulada

→ x=300 semanas → 5 años y 10 meses

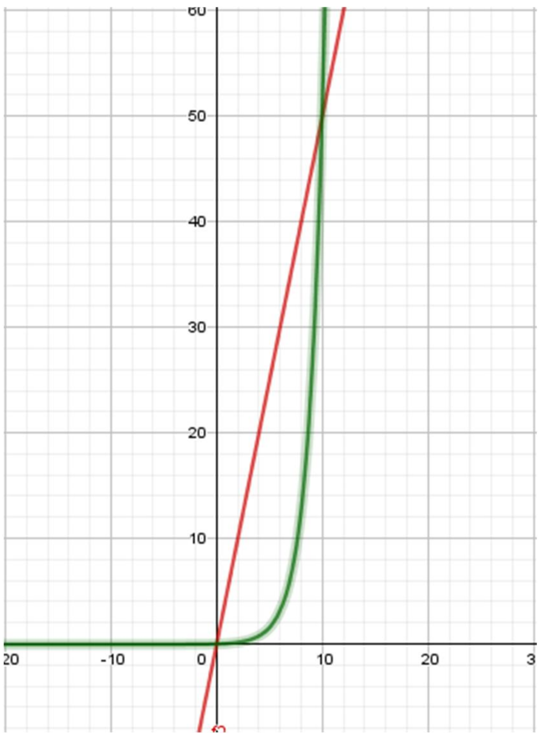
PEDRO: g2(x) = $\frac{1}{20}(2^n-1)$ → x=14,87 semanas → Menos de 4 meses.

1500 = $\frac{1}{20}(2^n-1)$ → 30000 = (2^n-1) → 29999 = 2^n → n=$\frac{\log 29999}{\log 2}$=14,87

→ 4 meses y 2 semanas

g) Por tanteo/ GeoGebra, ¿en qué semana han recibido la misma cantidad de dinero?.

En la décima semana habrán acumulado casi 50 €.



h) ¿Sabrías calcular las funciones inversas de $f_2(x)$= 5x y $g_2(x)$ = 2^x ?

- f(x) = 5x ➔ $f^{-1}(x) = \frac{x}{5}$

Llamamos $y = 5x$ ➔ Cambiamos la x por la x x= $5y$➔ Dividimos entre 5

➔ $\frac{x}{5} = y$ ➔ $y = \frac{x}{5}$

Dado que $f(f^{-1}(x)) = x$ ➔ $f^{-1}(x)$ *es la inversa de* $f(x)$

- g(x)= 2^x ➔$g^{-1}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(2)}$

  Llamamos $y = 2^x$. Intercambiamos las variables $x = 2^y$➔$\ln(2^y)$= $\ln(x)$ ➔ y$\ln(2)$= $\ln(x)$ ➔ y $\frac{\ln(2)}{\ln(2)} = \frac{\ln(x)}{\ln(2)}$ ➔ y = $\frac{\ln(x)}{\ln(2)}$ ➔

Dado que $g(g^{-1}(x)) = x$ ➔ $g^{-1}(x)$ *es la inversa de* $g(x)$

ACTIVIDAD 2: El testamento de Franklin (1706 -1790)

Benjamín Franklin, aparte de político americano, fue famoso por su testamento. En éste, proponía dejar a los vecinos de Boston 1.000 libras, para que fueran prestadas al 5%, a los artesanos jóvenes. Al cabo de cien años esta suma se elevará a 131.000 libras esterlinas.

Deseo que entonces sean empleadas, 100.000 libras en la construcción de edificios públicos, y las 31.000 restantes concedidas en crédito por un plazo de 100 años. Al cabo de este tiempo la suma habrá llegado a 4.061.000 libras esterlinas, de las cuales 1.060.000 dejo a disposición de los vecinos de Boston y 3.000.000, al municipio de Massachusetts. En lo sucesivo no me atrevo a seguir extendiéndome con más disposiciones".

<u>Ejercicio 1</u>: Basándonos en el texto anterior.

a. ¿Son ciertos los cálculos que planteó Franklin? Encuentra la función que define este problema.

Se puede calcular mediante logaritmos o directamente y se ven los resultados.

$x = 1000 * 1.05^{100}$ ➔ $\log x = \log 1000 + 100 \log 1.05$ ➔ $\log x = 3 + 100 * 0.0212$

➔ $\log x = 5.12$ ➔ $x = 131.825{,}67\ libras$

La función queda definida de la siguiente forma.

$$f(x) = \begin{cases} 1000 * 1.05^{x} & 0 \leq x < 100 \\ 31000 * 1.05^{x} - 131000 & 100 \leq x < 200 \\ 31000 * 1.05^{x} - 4061000 & x \geq 200 \end{cases}$$

b. ¿Cuánto dinero dieron esas 31.000 al cabo de 100 años?

$x = 4.082.534{,}90\ libras$

c. A fecha de hoy ¿Cuánto dinero habrían dado esas 31.000 libras?

Se puede calcular mediante logaritmos o directamente.

Murió en 1790 ➔ 100 años después (1890) (a) $x = 131.825{,}67\ libras$

+ 100 años después (1990) (b) $x = 4.082.534{,}90\ libras$

Hoy (2018) han pasado desde 1890 ➔ 128 años

$x = 31000 * 1.05^{\cdot 228} - 4061000$ ➔ $x = 2.097.402.648\ libras$

d. Cuantos años tendrían que pasar para tener billón de libras.

$9\log 10 = \log 31000 + x \log 1.05 - \log 4161000$ -➔

➔ $9 = 4.492 + x * 0.0212$ ➔ $x = 212.64$ años

e. Podrías decir ¿Cuántos € (EUR) equivalen esas libras esterlinas £ (GBP)?

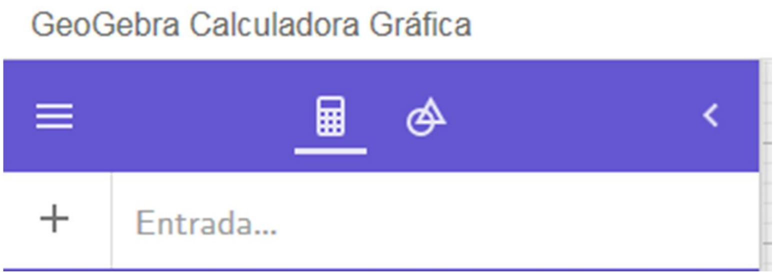
Vamos a calcular la equivalencia a través de la siguiente página.

http://www.expansion.com/ahorro/conversor-divisas/libra-euro

Aproximadamente, serían unos 18.597.670 €. Notar que la bolsa fluctúa y dependerá del tipo de cambio aplicado al momento de la realización del ejercicio.

<u>Ejercicio 2</u>: Basándonos en los resultados obtenidos, vamos a representarlos mediante el GeoGebra.

Se pide a los alumnos que entren en https://www.geogebra.org/graphing



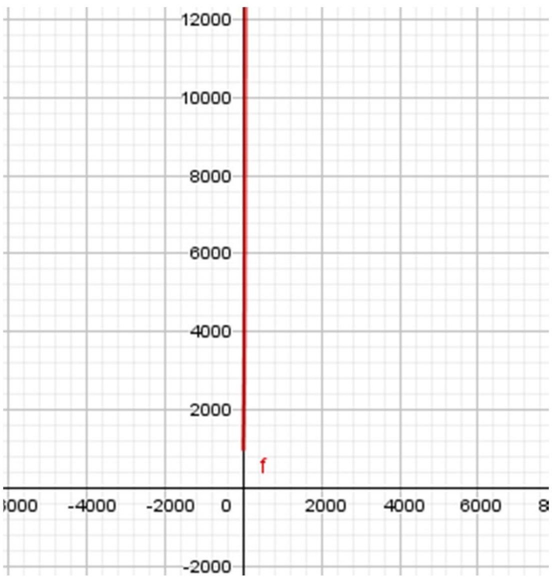
Donde pone Entrada escribimos

f(x) = Si(0<x < 100, 1000 * 1.05^x, 200 > x ≥ 100, 31000 * 1.05^x - 131000, 31000 * 1.05^x - 4061000) y le damos a intro.

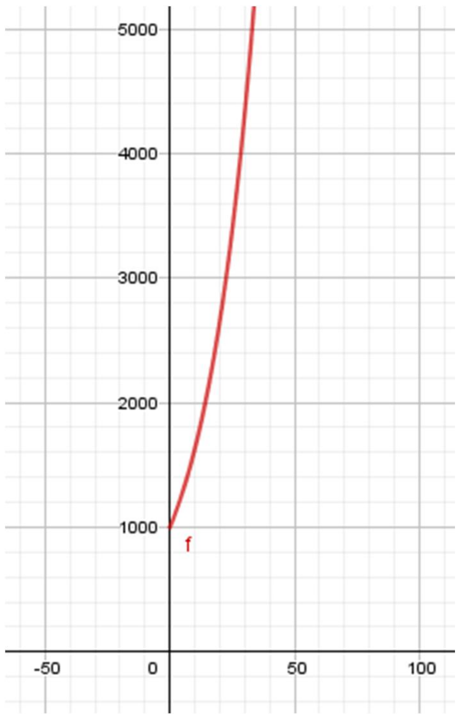
a. Representa la función que da el dinero que hay en el banco en función de los años que han pasado desde la muerte de Franklin.

$$f(x) = \begin{cases} 1000 * 1.05^x & 0 < x < 100 \\ 31000 * 1.05^x - 131000 & 100 \leq x < 200 \\ 31000 * 1.05^x - 4061000 & x \geq 200 \end{cases}$$

Escala 1:1



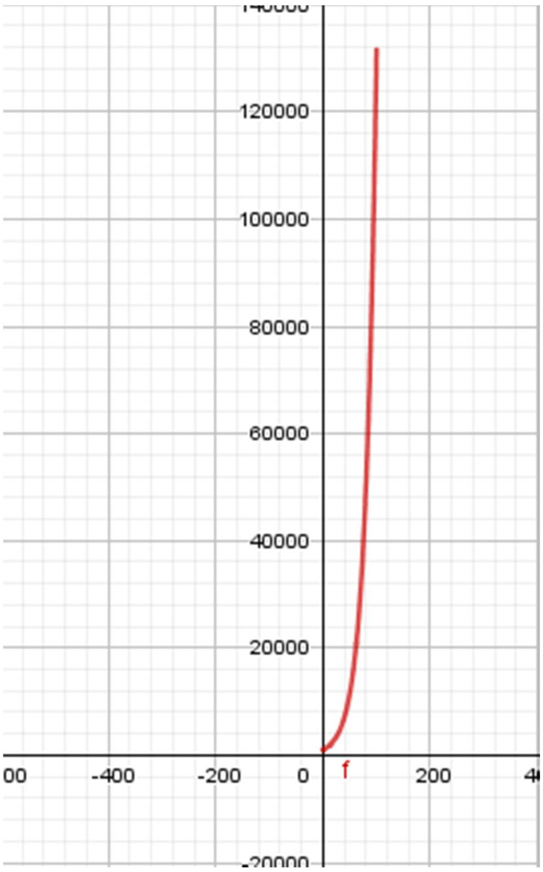
Escala 1:20



b. Si murió en 1790, en el año 1850, habían pasado menos de 100 años desde de su muerte. Dibuja la gráfica de esa función en GeoGebra.

$$f(x)=\begin{cases}1000*1.05^x & 0<x<100\\ 31000*1.05^x-131000 & 100\le x<200\\ 31000*1.05^x-4061000 & x\ge 200\end{cases}$$

A partir del año 100, se empieza a calcular con el resto de lo que queda el primer año, que son 31000 → $x=1000*1.05^x$



c. Mirando la función, ¿Qué valor tiene en el año 1890 ?__________________

La función en los 100 primeros años era esta función $f(x)=1000*1.05^x$, justo en 1890 la función se considera → $x=31000*1.05^x$

d. ¿Cuánto dinero tendrán el año 2018?

Como murió en 1790, han pasado 228 años

Para resolverlo hemos de hacer f(228)= 2.097.402.648

RECURSO 2:

DEPORTE MATEMÁTICO

CURIOSIDADES DE LAS FUNCIONES II

Contenido del recurso:

DEPORTE MATEMÁTICO: APRENDIENDO LA ECUACION DE LA PARABOLA ANALIZANDO EVENTOS DEPORTIVOS

Autor del Recurso:
Jorge Álvarez Sorolla

Objetivo:

El objetivo principal de este recurso, es que el alumno pueda visualizar y entender algunas de las funciones como la parábola.

El alumno pueda identificar y describir situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.

Asocia razonadamente expresiones analíticas sencillas a funciones dadas gráficamente.

La defensa oral y por escrito de los propios razonamientos, aceptación de los errores cometidos y la comprensión delante de los errores de los otros. Se trata de establecer planes de trabajo individuales o en grupo que facilite la comunicación entre los estudiantes.

Descripción de la actividad:

Algo tan cotidiano y tan cercano como puede ser ver algún deporte de los que estamos acostumbrados a ver puede resultar entretenido y con mucho fundamento matemático

Se intenta buscar que vean la interpretación, visualicen la función de una forma curiosa para que a la hora de saberla interpretar se acuerden siempre.

Recursos empleados:

Para poder llevar a cabo este recurso, es conveniente que en parejas dispongan de ordenador para o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad.

Aspectos didácticos y metodológicos:

En la actividad 1, se muestra un salto de Cross, algo atractivo y que además al poderse manipular se puede estudiar los valores de la parábola.

En la actividad 2, la canasta del millón, algo muy curioso y encima el poder luego comprobar el resultado a través del GeoGebra lo que permite captar una mayor atención al alumno.

Para que llegue al mayor número de alumnos ya que la interpretación o la visualización de la gráfica, puede ser en cierto modo compleja. Se pretende, de este modo, conseguir que sepan y conozcan las funciones elementales a partir de despertar la curiosidad y el conocimiento.

Se intenta o bien que manipulen los datos, que comprueben los resultados obtenidos, y así de esa forma, ver si están bien hechos y han obtenido el resultado esperado.

Conseguiremos una mayor atención, del mismo modo, que llegaremos a la finalidad esperada, que entiendan las gráficas.

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

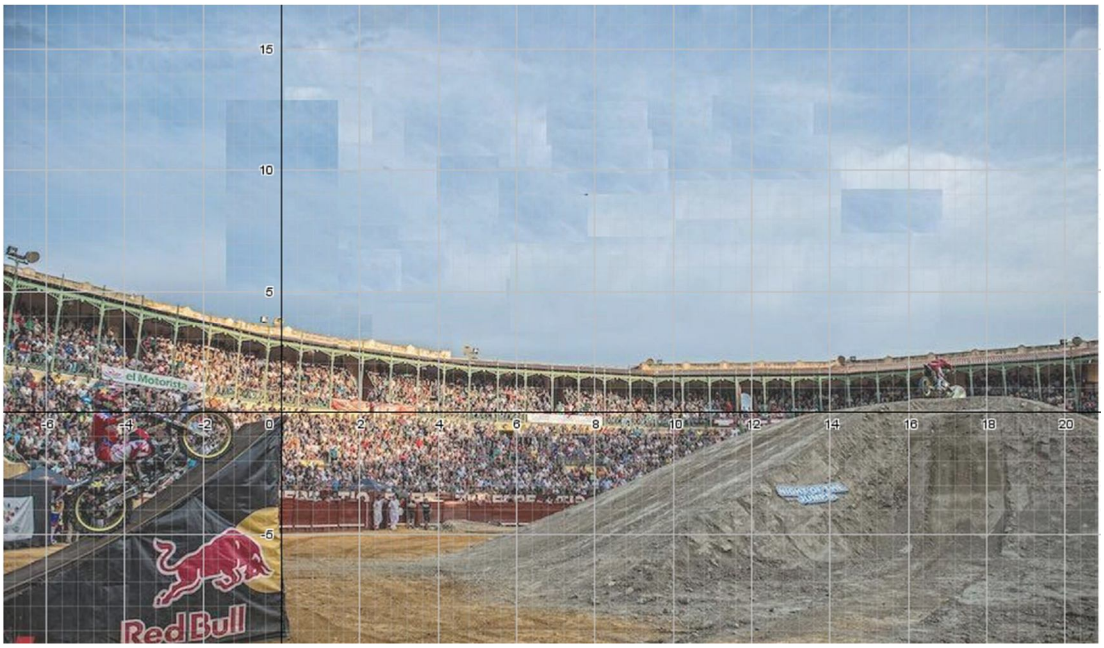
Un simple espectáculo, un simple deporte, despierta curiosidad a la hora de interpretar y visualizar las funciones matemáticas.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP
Actividad 1: R2_A1_2.ggb,R2_A1_3.ggb,R2_A1_3_alumno.ggb
Actividad 2: R2_A2_b.ggb y R2_A2_c.ggb

RECURSO 2. DEPORTE MATEMÁTICO

ACTIVIDAD 1: Viendo un salto de cross



Vamos a suponer que el salto que describe la moto, en una competición de saltos de motos, se puede expresar como una función, f(x)= $-x^2 + 7x + 2$ donde x indica el espacio horizontal y $(x, f(x))$ la posición del centro de la rueda delantera.

__Ejercicio 1__: Responde a estas preguntas

a. Cuál es la posición cuando x=0. ¿Es correcto?

b. ¿Consigue alcanzar el montículo?

c. Cuál es la altura máxima alcanzada

Ejercicio 2: Con la ayuda del GEOGEBRA, vamos a comprobar los datos del ejercicio anterior.. Partimos del archivo R2_A1_2.ggb

a. Representa la función f(x)= $-x^2 + 7x + 2$ del ejercicio y comprueba los valores del ejercicio 1. ¿La moto llega al otro lado? ____________________
b. ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?
c. Coinciden estos resultados con los obtenidos en el ejercicio 1__________________

Ejercicio 3: Con la ayuda del GEOGEBRA, vamos a intentar encontrar la ecuación del polinomio que más se puede ajustar al dibujo.

a. Calcula a,b,c de la función f(x)= $ax^2 + \mathrm{b}x + c$ para que la moto, salte y no se caiga ____
b. Te coincide la altura con el resultado obtenido en el ejercicio 1__________________
c. Compara y debate los resultados con los obtenidos en el ejercicio 1______________

Un minuto de tiempo. Tienes que intentar meter una canasta desde el medio campo, en un campo de Baloncesto profesional que está a una distancia de 14 metros.

Das unos pasos para atrás, coges impulso y lanzas. El balón sale con una elevación de 51.3º con respecto al plano horizontal desde una altura de 1,7 metros y ¡¡¡¡¡ CANASTA!!!! ¡¡¡¡CANASTA!!!!

El balón entra por el aro que está situado a 3.05 metros de altura!! Tras oír esta emisión en la radio, ¿sabrías responder a las siguientes preguntas?

a. Podrías calcular a,b,c para encontrar la ecuación de la parábola del dibujo siguiente. y=ax^2+bx+c=0.

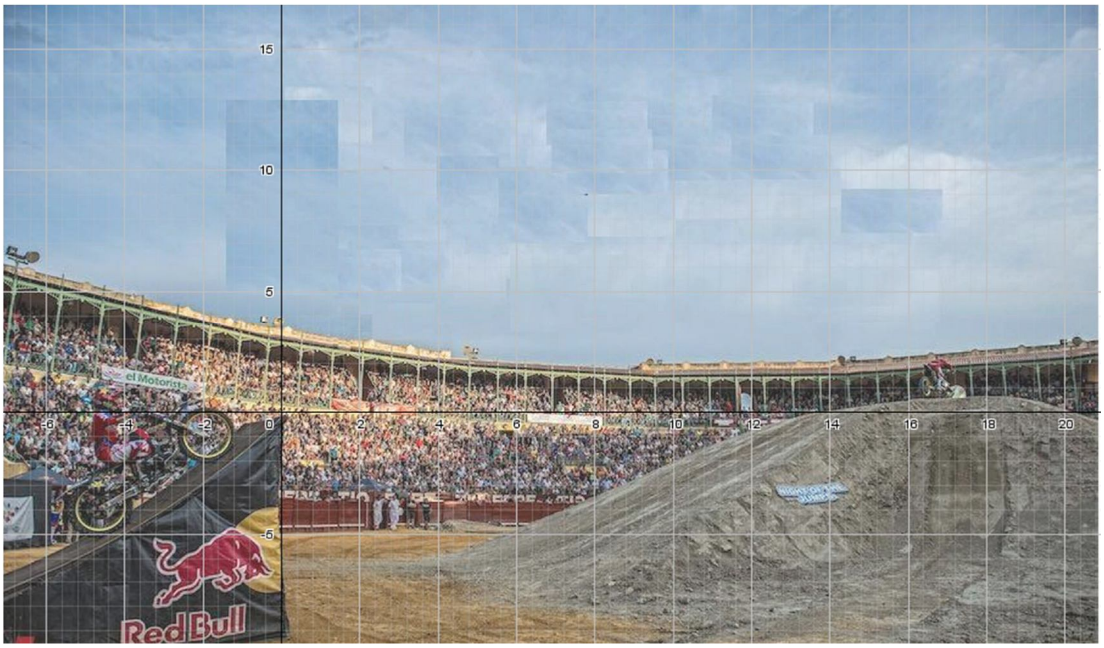
b. A través del GeoGebra puedes comprobar el resultado que has obtenido, si encestas en la canasta y si tu ejercicio está correcto.

c. Desde que lanzas la canasta y encestas, ¿cuánto tiempo ha transcurrido y a qué velocidad salió el balón desde tus manos?

d. ¿Qué altura máxima alcanzó el balón?

RECURSO 2. DEPORTE MATEMÁTICO

ACTIVIDAD 1: Viendo un salto de cross



Vamos a suponer que el salto que describe la moto, en una competición de saltos de motos, se puede expresar como una función, f(x)= $-x^2 + 7x + 2$ donde x indica el espacio horizontal y $(x, f(x))$ la posición del centro de la rueda delantera.

<u>Ejercicio 1</u>: Responde a estas preguntas

a. Cuál es la posición cuando x=0. ¿Es correcto?
b. ¿Consigue alcanzar el montículo?

f(x)= 0 ➔ $-x^2 + 7x + 2 = 0$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49+8}}{-2} = \qquad x_1 = 7.27 \qquad x_2 = -0,27$$

Sabemos por la imagen, que saltara en 16 metros, si la función nos da 7.27 se quedara a mitad amino y no lograra el salto.

Esa distancia no es suficiente porque se queda a mitad camino.

c. Cuál es la altura máxima alcanzada

f(x)= $-x^2 + 7x + 2$

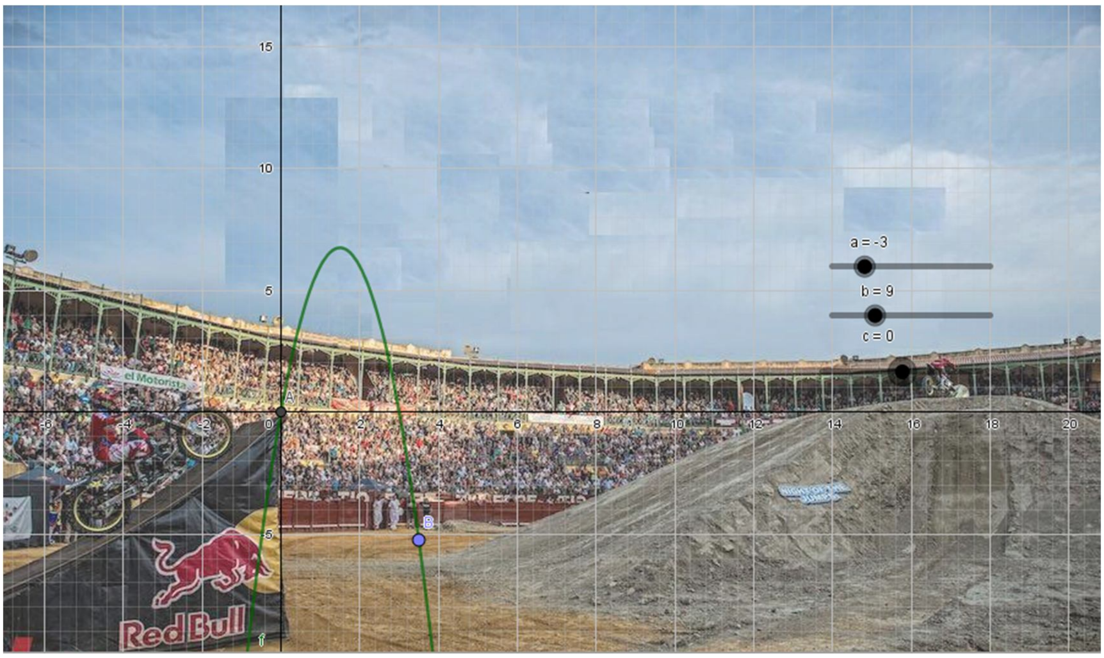
f´(x)= $-2x + 7$ ➔ f´(x)= 0 ➔x=3.5 está el máximo de la función

➔ f(3.5)= $-3.5^2 + 7 * 3.5 + 2 = -12.25 + 24.5 + 2$=14.25m

<u>Ejercicio 2</u>: Con la ayuda del GEOGEBRA, vamos a comprobar los datos del ejercicio anterior.. Partimos del archivo R2_A1_2.ggb

a. Representa la función f(x)= $-x^2 + 7x + 2$ del ejercicio y comprueba los valores del ejercicio 1. ¿La moto llega al otro lado? ____________________
b. ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?
c. Coinciden estos resultados con los obtenidos en el ejercicio 1__________________

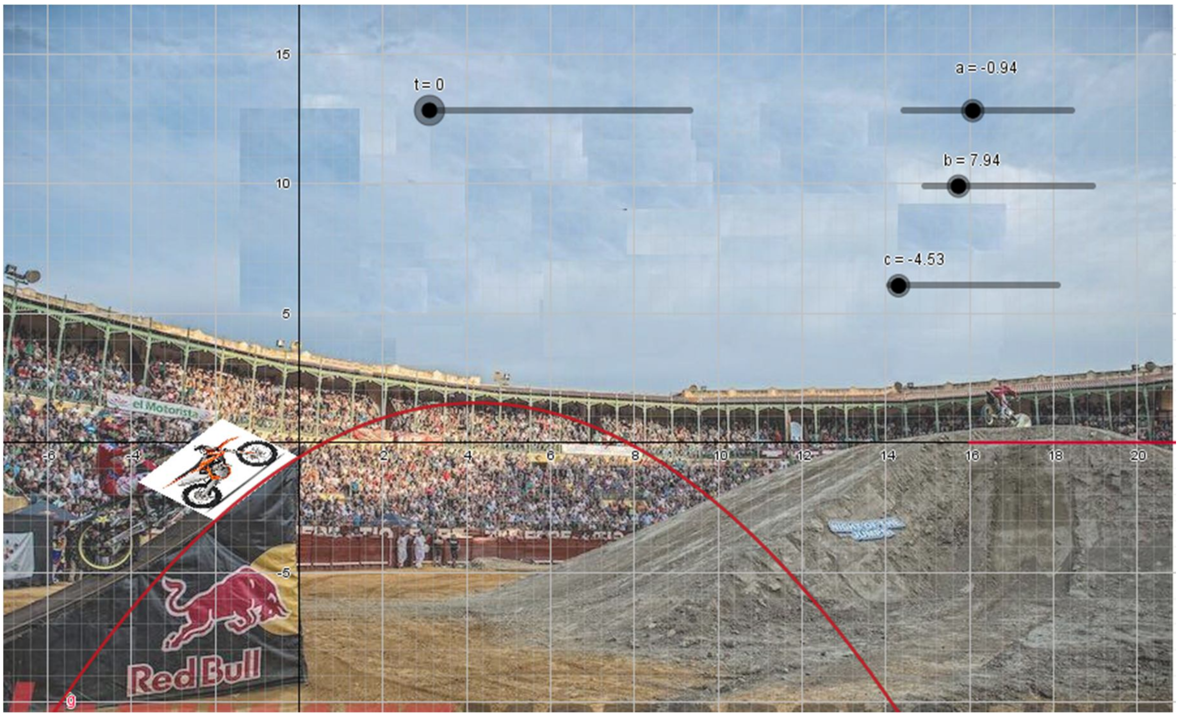
Partiendo de unos valores iniciales y el archivo de GeoGebra. Planteamos al alumno que dibuje la función f(x)= $-x^2 + 7x + 2$ y que compruebe que la moto con esos valores no llega al otro lado.

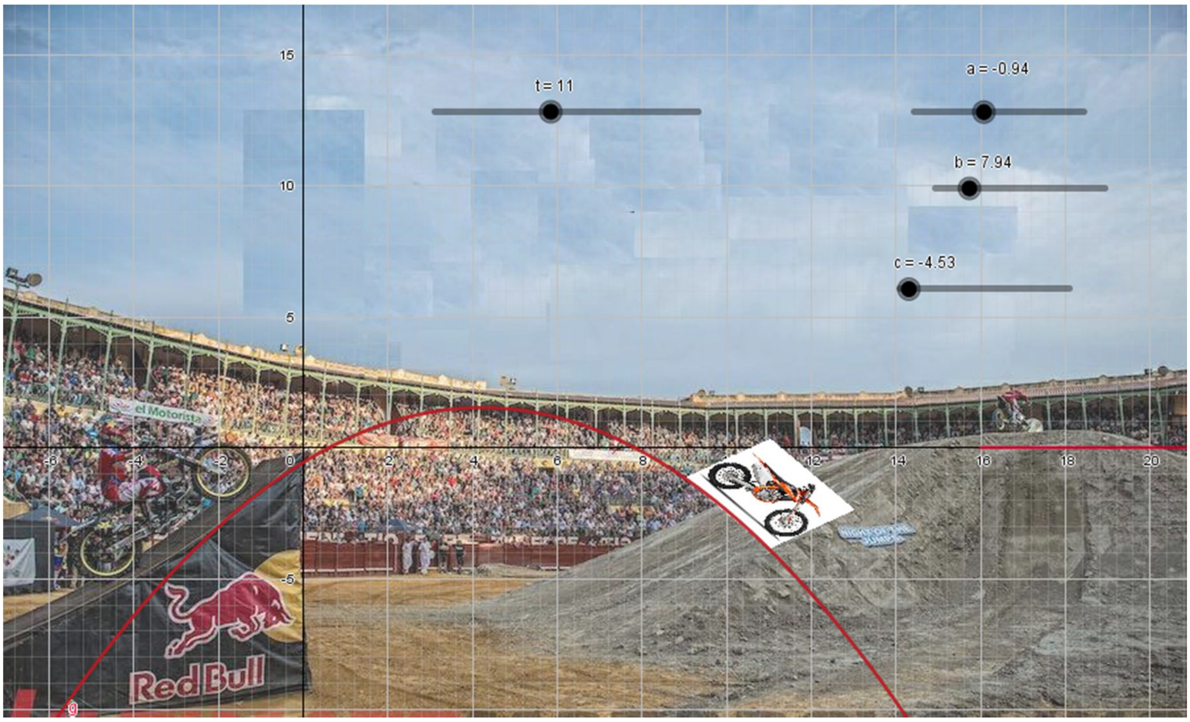


Ejercicio 3: : Con la ayuda del GEOGEBRA, vamos a intentar encontrar la ecuación del polinomio que más se puede ajustar al dibujo.

a. Calcula a,b,c de la función f(x)= $ax^2 + bx + c$ para que la moto, salte y no se caiga ____
b. Te coincide la altura con el resultado obtenido en el ejercicio 1_________________
c. Compara y debate los resultados con los obtenidos en el ejercicio 1_____________

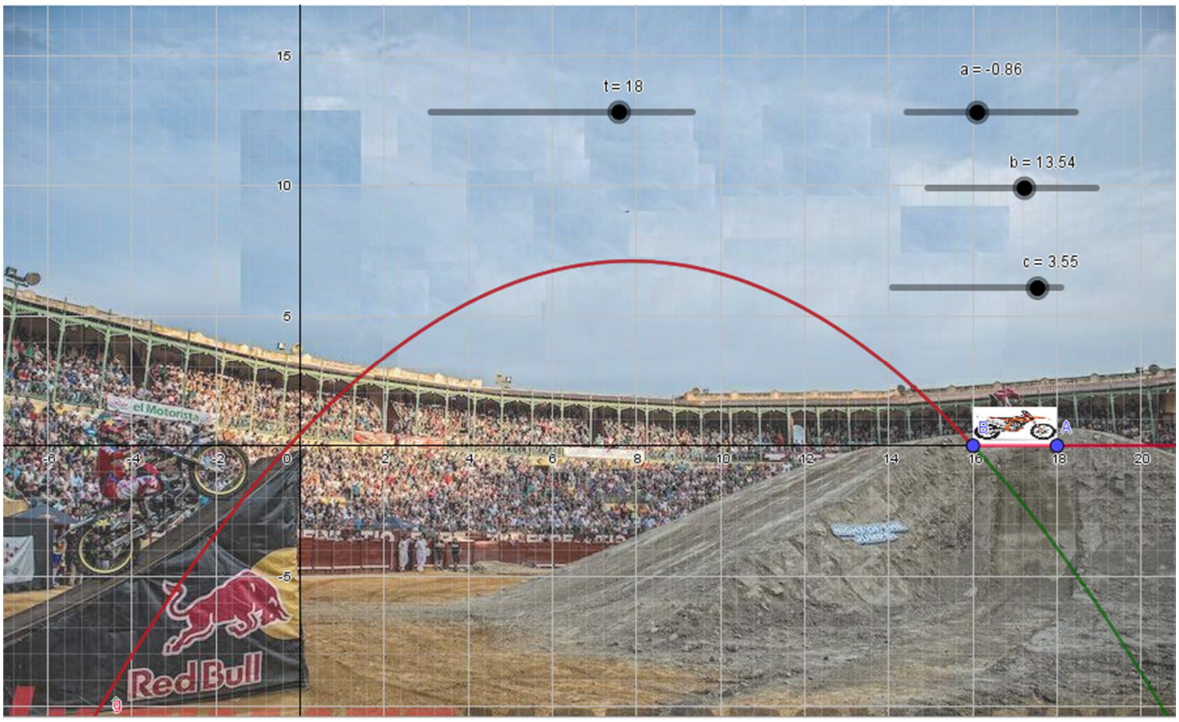
Partimos del archivo R2_A1_3_alumno.ggb. Si vamos variando la t, sabremos si salta o no.





Si finalmente ponemos lo valores a= - 0.86, b=13.54 c=3.55

Ver archivo R2_A1_3.ggb.



Un minuto de tiempo. Tienes que intentar meter una canasta desde el medio campo, en un campo de Baloncesto profesional que está a una distancia de 14 metros.

Das unos pasos para atrás, coges impulso y lanzas. El balón sale con una elevación de 51.3º con respecto al plano horizontal desde una altura de 1,7 metros y ¡¡¡¡¡ CANASTA!!!! ¡¡¡CANASTA!!!!

El balón entra por el aro que está situado a 3.05 metros de altura!! Tras oír esta emisión en la radio, ¿sabrías responder a las siguientes preguntas?

a. Podrías calcular a,b,c para encontrar la ecuación de la parábola del dibujo siguiente. y=ax^2+bx+c=0.

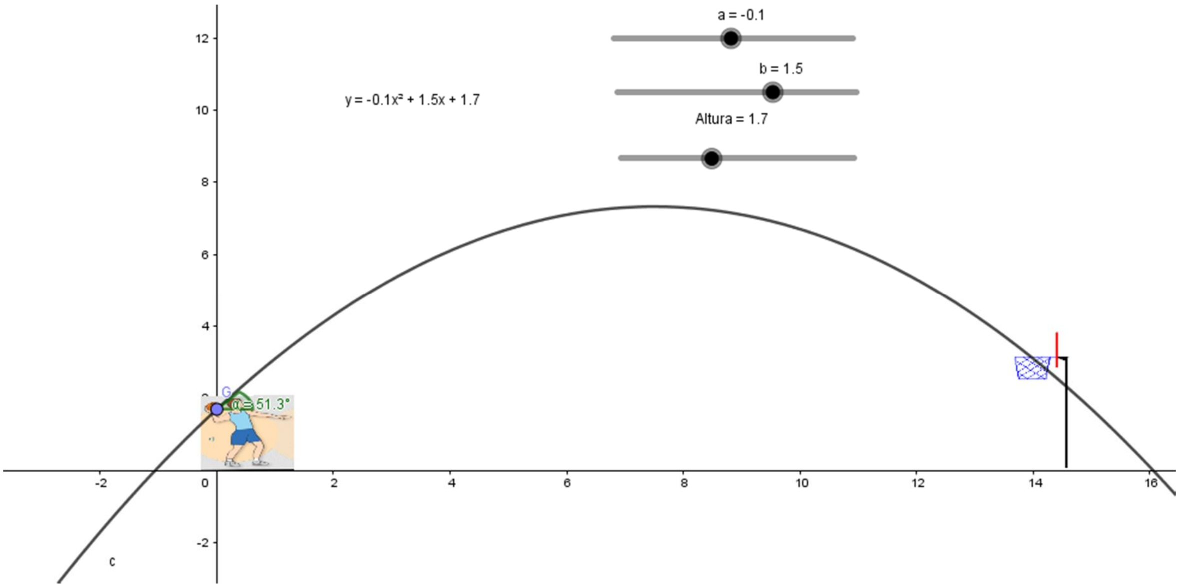
   $A = (0{,}1.7)$ dónde $A = \big(a, f(a)\big)$.
   Si sabemos que por ser una parábola la ecuación será de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   $f(0) = a0^2 + b0 + c$ =1.7 ➔ c=1.7

   Por otro lado $f'(x) = 2ax + b$ si sabemos que $f'(0) = tg\ \alpha = tg\ 51.3 = 1.25$ ➔
   $f'(0) = 2a0 + b$ ➔ b =1 .25

   Para terminar, tenemos el punto $p = (14{,}3.05)$
   $3.05 = a14^2 + 1.25 * 14 + 1.7$
   $3.05 = 196a + 17.5 + 1.7$
   $3.05 = 196a + 19.2$
   $-16.15 = 196a$
   $a = -0.08$

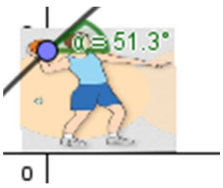
b. A través del GeoGebra puedes comprobar el resultado que has obtenido, si encestas en la canasta y si tu ejercicio está correcto.

Partimos del archivo R2_A2_c.ggb, donde se le permite al alumno que poniendo los valores obtenidos en el ejercicio anterior, compruebe si ha resuelto bien o no el ejercicio.



c. Desde que lanzas la canasta y encestas, ¿cuánto tiempo ha transcurrido y a qué velocidad salió el balón desde tus manos?

El instante en el que el balón llega a la canasta x=14 m e y=3.05 m. Sustituyendo en las ecuaciones de la posición del movimiento parabólico:



$$v_0$$
$$v_{0x} = v_0 \cos 51.3$$
$$v_{0y} = v_0 sen\ 51.3$$

$x = x_0 + v_{0x}t\ = v_0 \cos(51.3)\, t$

$y = y_0 + v_0\ \text{sen}(51.3)\, t$ - $\frac{1}{2}gt^2$ = 1.7+$v_0 \sin(\propto)\, t - 4.91\, t^2$

$14 = v_0 \cos(51.3)\, t$ ➔ $v_0 = \frac{22.39}{t}$ ➔

$3.05 = 1.7 + v_0\ \text{sen}(51.3)\, t$ - $4.91t^2$ ➔1.35=17.47 -4.91t^2 ➔16.12=4.91t^2

t^2 =3.28 ➔ t =1.82s $v_0 = 12.3\ m/s$

d. ¿Qué altura máxima alcanzó el balón?

Como el punto más alto que alcance será donde la $v_f = 0$,

$v_f = v_{0y} - gt$ → $0 = 12.3 * \sin(51.3) - gt$ → 9.6=9.8t → t = 0.98s

$y = y_0 + v_0 \sin(\propto) t - \frac{1}{2} \mathrm{g} t^2$ → $y = 1.7 + 12.3 \sin(51.3) 0.98 - \frac{1}{2} 9.8 * 0.98^2$

$y = 1.7 + 9.40 - 4.7056 = 6.40 \mathrm{~m}$

RECURSO 3:

TRIGONOMETRIA

VIAJANDO CON LA TRIGONOMETRIA

Contenido del recurso:

TRIGONOMETRIA: VIAJANDO CON LA TRIGONOMETRIA.

Autor del Recurso:

Jorge Álvarez Sorolla

Objetivo:

Con este recurso lo que se pretende es que el alumno, pueda aprender por medio del GeoGebra a poder resolver triángulos y ver que en muchas construcciones hay trigonometría.

Se pretende desarrollar habilidades en el manejo y la aplicación de las fórmulas trigonométricas. No se trata de que los estudiantes memoricen una serie de conceptos, sino que deduzcan unas a partir de otras y las utilicen en la simplificación de expresiones trigonométricas, demostración de identidades y resolución de ecuaciones.

Resuelve problemas geométricos del mundo natural, geométrico o tecnológico, utilizando los teoremas del seno, coseno y tangente y las fórmulas trigonométricas usuales.

La defensa oral y por escrito de los propios razonamientos, aceptación de los errores cometidos y la comprensión delante de los errores de los otros. Se trata de establecer planes de trabajo individuales o en grupo que facilite la comunicación entre los estudiantes.

Descripción de la actividad:

El recurso consta de 5 actividades sobre Trigonometría.

Se empieza con una serie de ejercicios de aplicación de la Trigonometría con la finalidad de aprender a manejarse con la resolución de problemas. Se intenta que sea accesible ya que se han buscado problemas con interés no solo matemático sino cultural, de ese modo, el recurso resulta atractivo para el alumno.

Recursos empleados:

Para una mejor realización de este recurso, es recomendable que se pongan en parejas y con ordenador. Se plantea para que ellos, a través de la guía del profesor, puedan realizar estos ejercicios. Pueden o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad a través del mismo programa, y si no se tiene el programa instalado, utilizar el archivo.

Aspectos didácticos y metodológicos:

Se pretende utilizar los teoremas del seno, coseno y las fórmulas trigonométricas usuales para resolver ecuaciones trigonométricas así como resuelve problemas geométricos con aplicaciones en contextos reales

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

A partir de este método de trabajo, los alumnos pueden comparar los resultados, y es una forma de mejorar el aprendizaje.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.

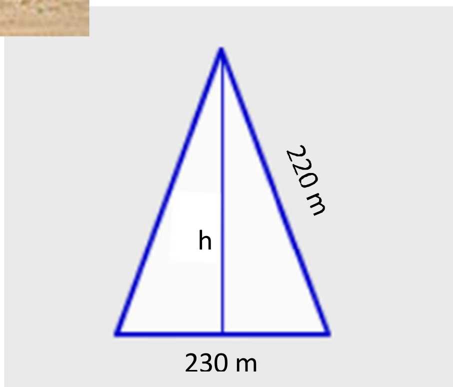
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP

Actividad 1: R3_A1_A.ggb, R3_A1_B.ggb, R3_A1_C.ggb, R3_A1_D.ggb
Actividad 2: R3_A2.ggb
Actividad 3: R3_A3.ggb, R3_A3_1.ggb, R3_A3_2.ggb, R3_A3_3.ggb

RECURSO 3. Trigonometría

ACTIVIDAD 1: Altura de la pirámide de Keops

Estamos de viaje en Egipto y nos encontramos delante la pirámide de Keops. En el folleto que nos ha pasado la guía pone las medidas de una de las bases y de una arista. Nos planteamos las siguientes dudas al respecto…



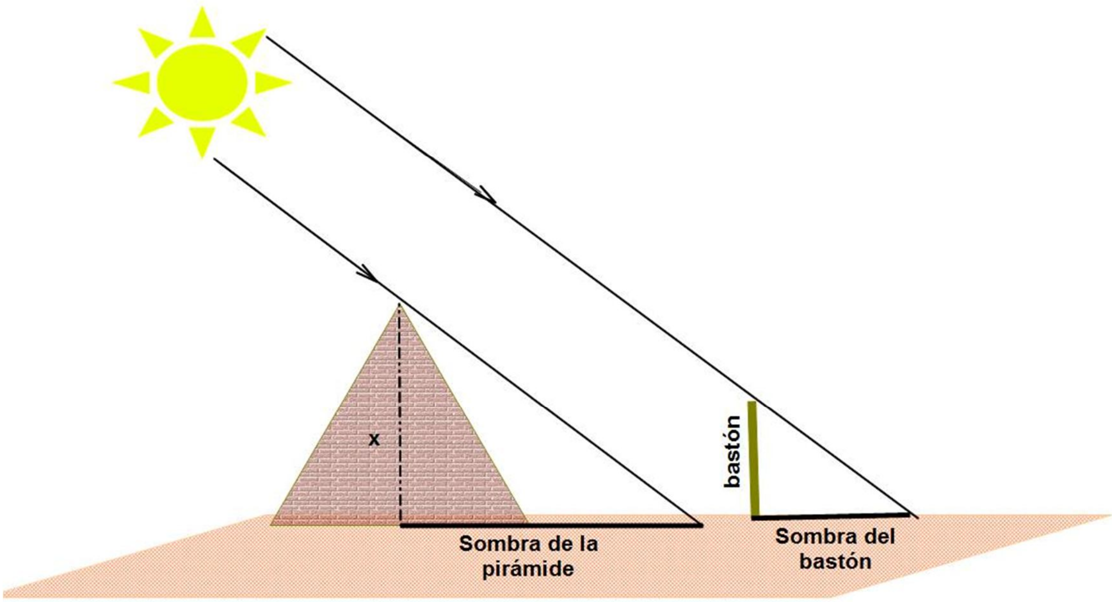
Ejercicio 1

Sabrías calcular los siguientes datos:

a) Cuál será la altura h de una cara de la pirámide de Keops de base cuadrangular.
b) El ángulo que forma la base con una cualquiera de las aristas.
c) La altura H de la pirámide.
d) El ángulo que forma la altura de la pirámide con una arista.

Ejercicio 2

Vamos a comprobar con el GeoGebra que los datos obtenidos son los correctos:



Supongamos ahora que a una hora determinada del día, la sombra de la pirámide medía 280 metros, a sombra del bastón medía 2,87 metros y dicho bastón era de 1,5 metros.

a) Asigna los valores de A,B,C,D en el gráfico.
b) Puedes aplicar el Teorema de Tales con estos datos.
c) Es la misma altura que el ejercicio anterior
d) Vamos a realizar por GeoGebra un programa para que puedas resolverlo.

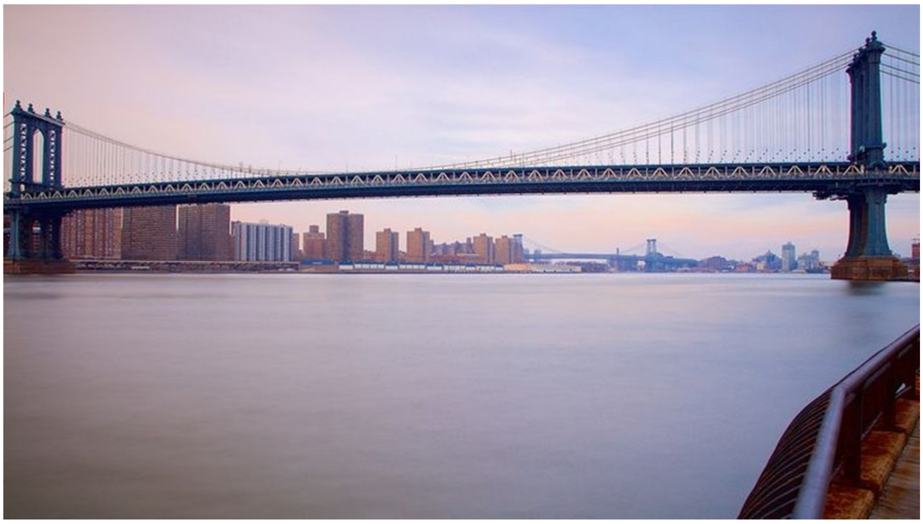
ACTIVIDAD 3: Las torres KIO de Madrid

Puerta de Europa son dos rascacielos inclinados de oficinas con una altura de 115 metros y 26 plantas ubicados en la plaza de Castilla de Madrid. También son conocidas popularmente como Torres KIO debido a que fueron promovidas en gran medida por la empresa kuwaití KIO, acrónimo de Kuwait Investment Office. Las torres fueron construidas entre 1989 y 1996 y diseñadas por los arquitectos estadounidenses Phillip Johson y John Burgee.

La distancia que separa sus bases es de 150 m. Tienen una altura de 115 m y una inclinación respecto de la vertical de 15º. La geometría de las torres corresponde a un paralelepípedo de bases cuadradas de 35 m de lado.

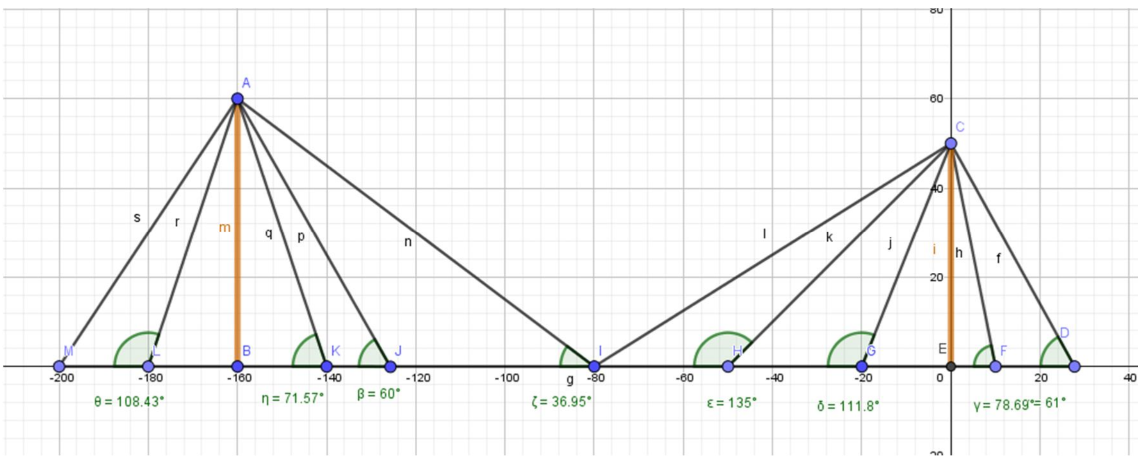
a) ¿Qué longitud tiene las aristas de la cara inclinada?
b) Si tuviéramos que limpiar los cristales. ¿Cuantos m2 de cristales limpiaríamos?
c) ¿Cuánto más habría que elevar ambas torres para formar un triángulo?

Queremos construir un puente como el de Brooklyn



El ingeniero de una empresa quiere que le ayudemos. Nos pide que quiere construir un puente, siguiendo la forma del puente de Brooklyn. Los pilares miden 50 m y 60m de altura respectivamente, desde el suelo del mismo.

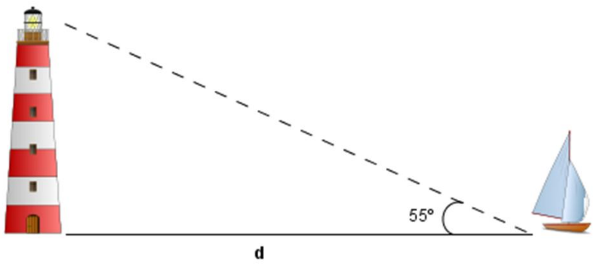
Sabemos que m =60m y l=50m.



Con esos datos nos piden calcular:

a) ¿Cuánto metros de acero necesitaremos para cada uno de estos tensores?
b) Si queremos que el suelo se aguante con una viga de hierro. ¿Qué longitud al menos tendrá la viga que va de torre a torre?

El faro de Llobregat (también denominado Torre del Riu) es un faro situado en la entrada al puerto de Barcelona. Este faro tiene una altura de 31 metros sobre el nivel del mar a las 9 de la mañana.



a) Desde un barco vemos la luz de un faro con una inclinación de 55º. ¿A qué distancia estamos del faro?

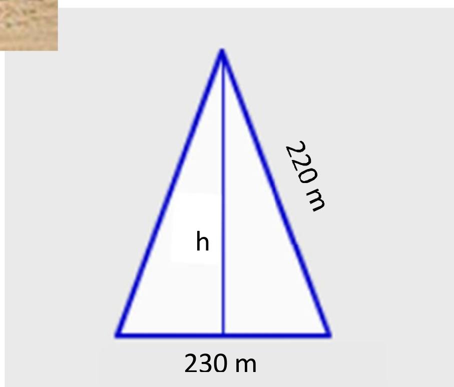
b) Si avanzamos 5 metros hacia la orilla. ¿Con que inclinación nos incidirá la luz del faro?

c) Si la marea sube 5 metros, desde que llegamos hasta ahora. ¿ El ángulo de inclinación pasará a ser de 55º a 50º?

RECURSO 3. Trigonometría

ACTIVIDAD 1: Altura de la pirámide de Keops

Estamos de viaje en Egipto y nos encontramos delante la pirámide de Keops. En el folleto que nos ha pasado la guía pone las medidas de una de las bases y de una arista. Nos planteamos las siguientes dudas al respecto…



Ejercicio 1

Sabrías calcular los siguientes datos:

a) Cuál será la altura h de una cara de la pirámide de Keops de base cuadrangular.
b) El ángulo que forma la base con una cualquiera de las aristas.
c) La altura H de la pirámide.
d) El ángulo que forma la altura de la pirámide con una arista.

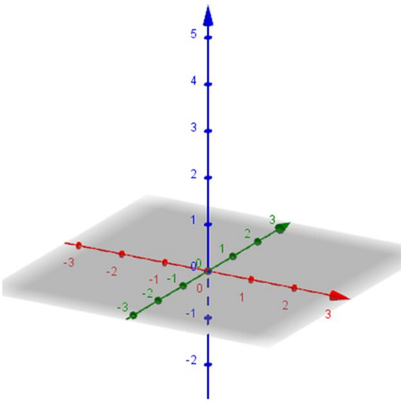
Ejercicio 2

Vamos a comprobar con el GeoGebra que los datos obtenidos son los correctos:

O bien se puede plantear desde un nuevo archivo de GeoGebra o bien partir del archivo R2_A1.ggb

Si se parte de un nuevo archivo, hay que tener en cuenta que este la vista 3D (Ctrl+ Mayús+3)

Para poner una pirámide inicial hemos cogido los puntos, así tendremos n, el valor que queramos



A=(0,-n,0) donde n es la base.

B=(n,0,0)

C=(0,n,0)

D=(-n,0,0)

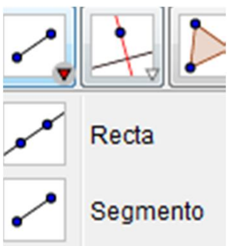
a) Cuál será la altura h de una cara de la pirámide de Keops de base cuadrangular.

Tenemos dos formas de hacer esto.

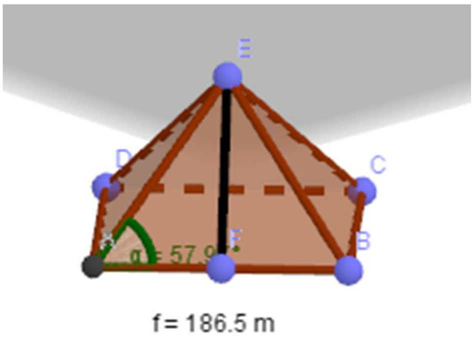
Llamamos F=(82,72,-82.28,0)

1. Por un lado podemos poner

2. A través de seleccionar el segmento que va de A,F.



Con lo que obtenemos lo siguiente



b) El ángulo que forma la base con una cualquiera de las aristas.

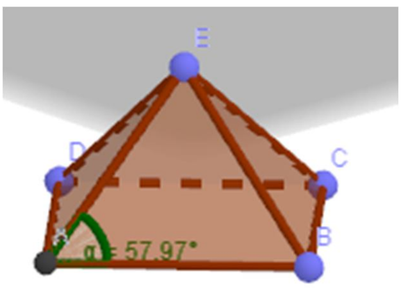
Tenemos dos formas de hacer esto.

1. Por un lado podemos poner

Entrada: Ángulo(B, A, E)

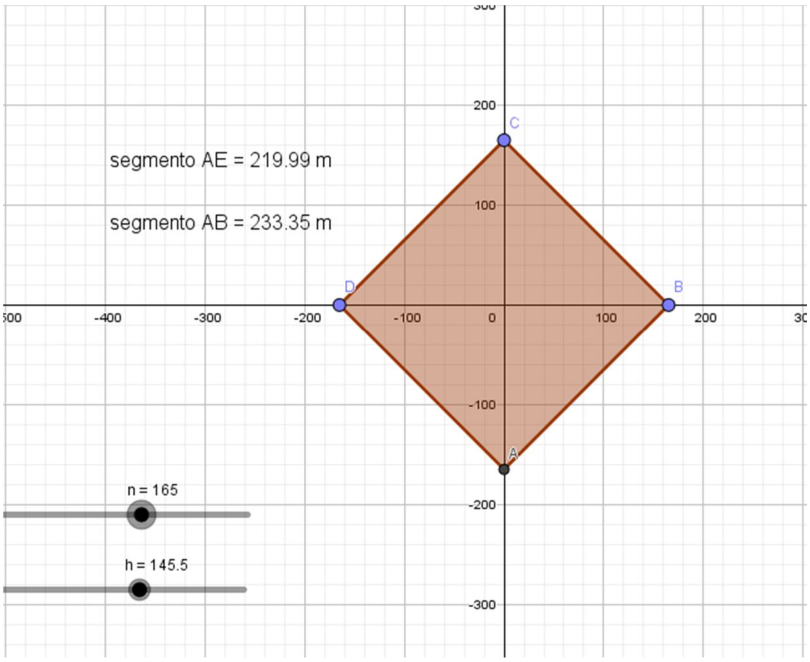
2. A través de seleccionar el modo ángulo 

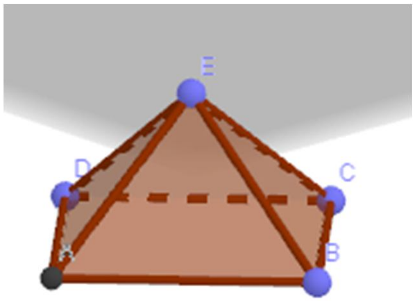
Seleccionamos entonces el punto B,A y E, y llegamos a esto.



c) La altura H de la pirámide

Proponemos que si van moviendo el valor de n y de h, para variar los segmentos.





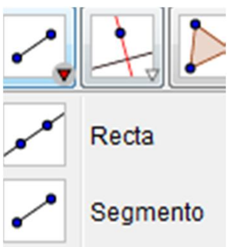
d) El ángulo que forma la altura de la pirámide con una arista.

Tenemos dos formas de hacer esto.

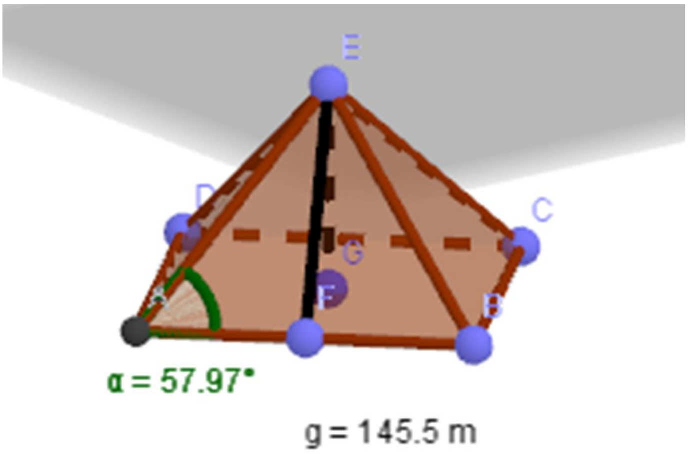
Llamamos G=(0,0)

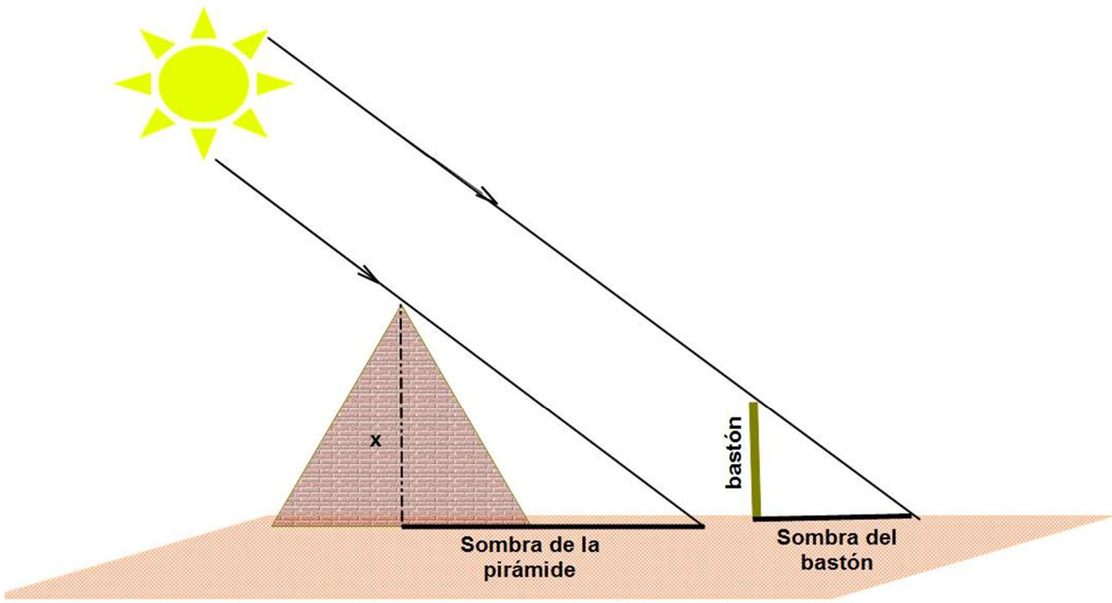
1. Por un lado podemos poner

2. A través de seleccionar el segmento que va de G a E.



Con lo que obtenemos lo siguiente

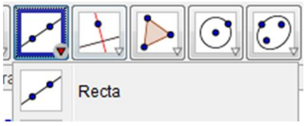


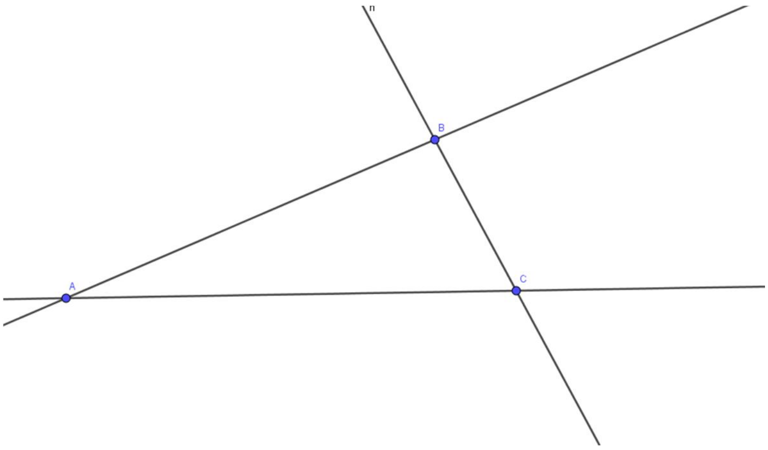


Supongamos ahora que a una hora determinada del día, la sombra de la pirámide medía 280 metros, a sombra del bastón medía 2,87 metros y dicho bastón era de 1,5 metros.

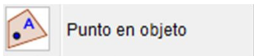
a) Asigna los valores de A,B,C,D en el gráfico.
b) Puedes aplicar el Teorema de Tales con estos datos.
c) Es la misma altura que el ejercicio anterior
d) Vamos a realizar por GeoGebra un programa para que puedas resolverlo.

Empezamos dibujando una recta entre A y B, otra entre A y C y otra entre B y C.



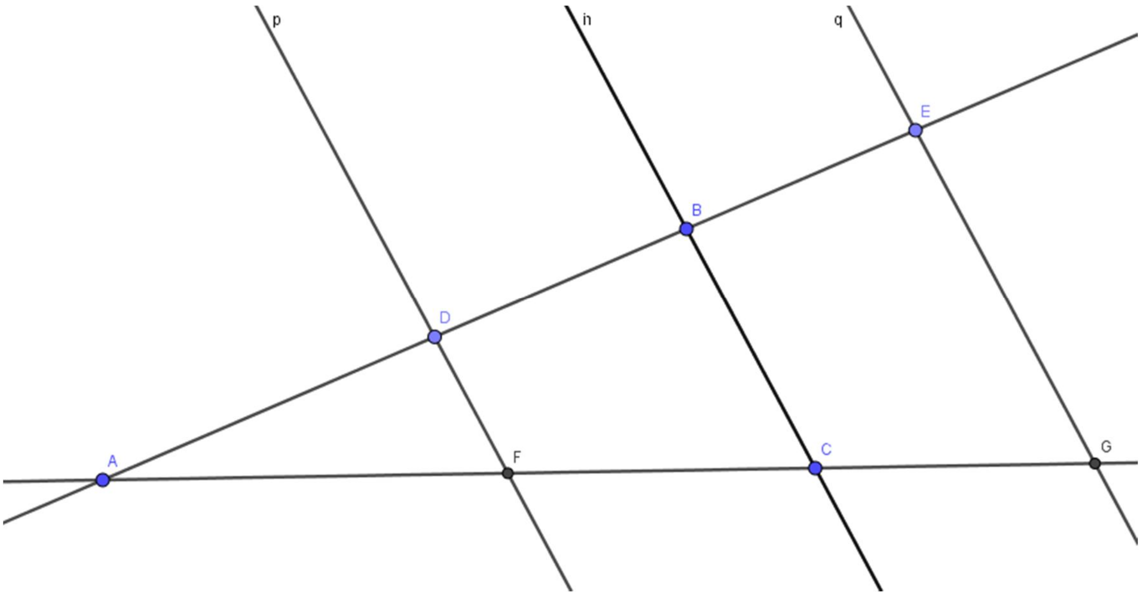


Ahora trazamos un punto entre A y B y otro punto al otro lado de B

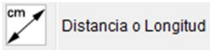


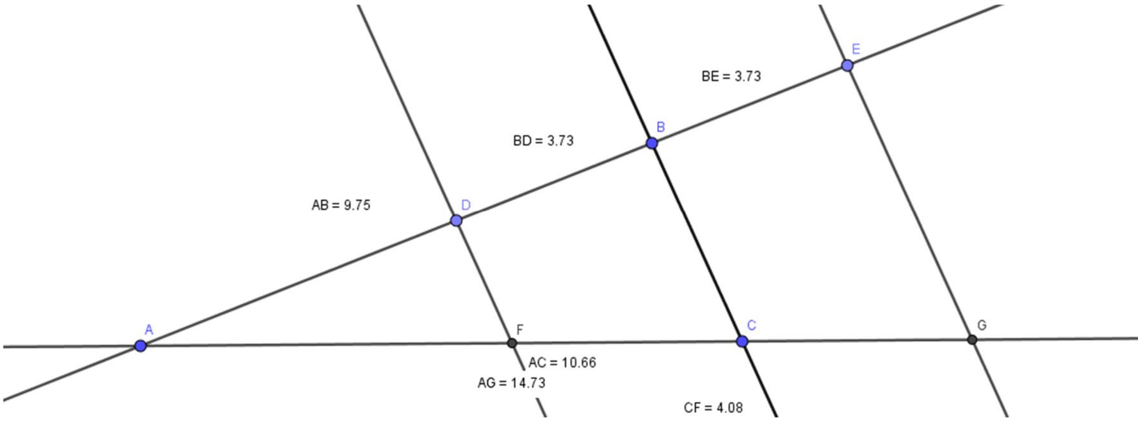
Posteriormente hacemos rectas paralelas a BC pasando por esos puntos.

Notar que para hacer las rectas paralelas, hay que apretar en medio de BC y luego tocar el punto D y el punto F respetivamente.

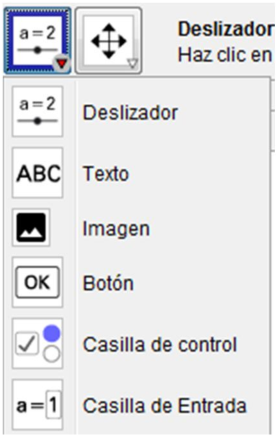


Ahora tenemos que medir AB, AC,BD,CF,FE,AG

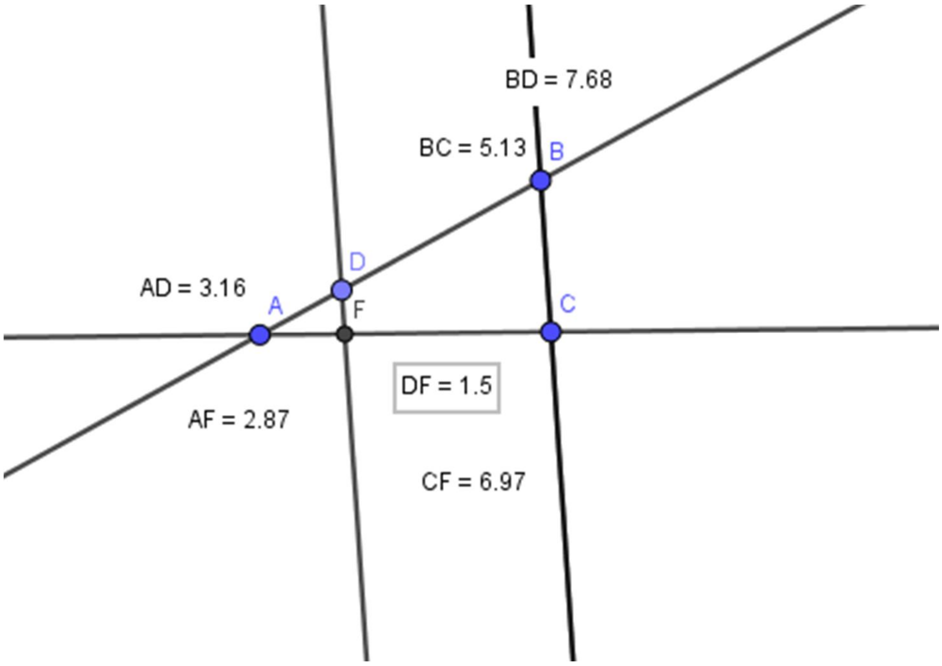




Aplicando el Teorema de Tales, hemos de hacer las proporciones siguientes



Que nos quedaría algo así.



Donde AG=280.18m es la sombra de la pirámide

AF=2.87m sombra del bastón.

DF=1.5m la altura del bastón.

Con lo que la altura de la pirámide quedara EG=146,25m

Puerta de Europa son dos rascacielos inclinados de oficinas con una altura de 115 metros y 26 plantas ubicados en la plaza de Castilla de Madrid. También son conocidas popularmente como Torres KIO debido a que fueron promovidas en gran medida por la empresa kuwaití KIO, acrónimo de Kuwait Investment Office. Las torres fueron construidas entre 1989 y 1996 y diseñadas por los arquitectos estadounidenses Phillip Johson y John Burgee.

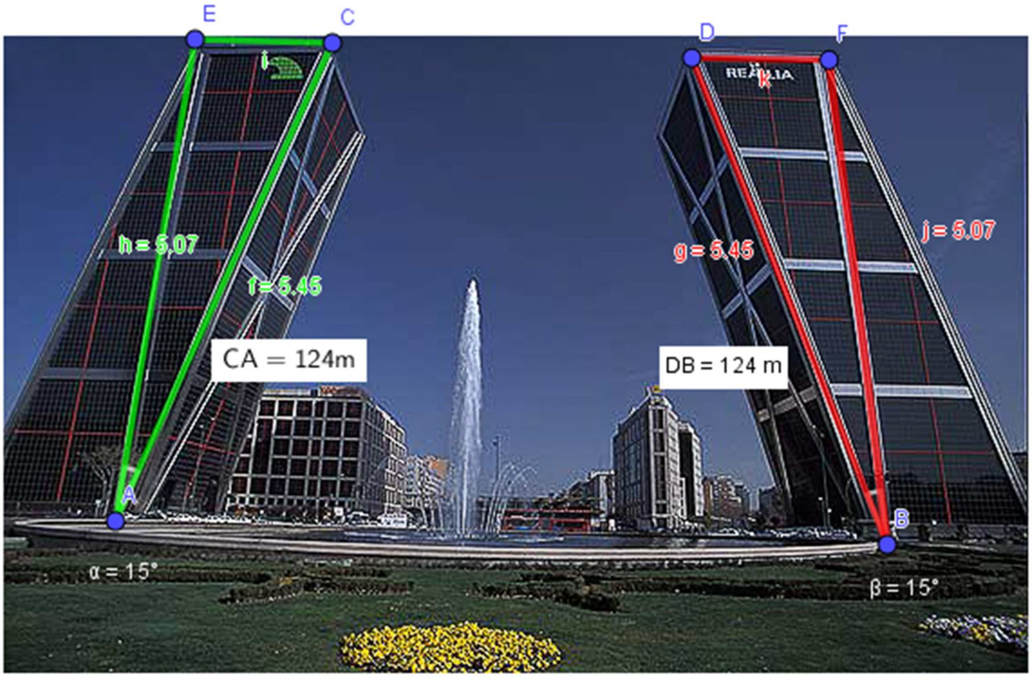
La distancia que separa sus bases es de 150 m. Tienen una altura de 115 m y una inclinación respecto de la vertical de 15º. La geometría de las torres corresponde a un paralelepípedo de bases cuadradas de 35 m de lado.

d) ¿Qué longitud tiene las aristas de la cara inclinada?

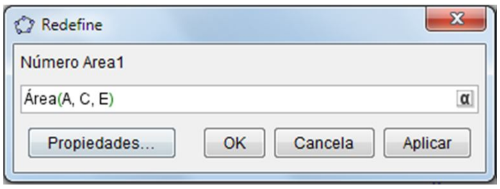
Partimos del archivo R2_A3.ggb

Para comprobar los resultados obtenidos a mano, utilizamos 

Si lo multiplicamos por 22.68 los cm obtenidos en la imagen para hacer equivalencia a los metros reales.

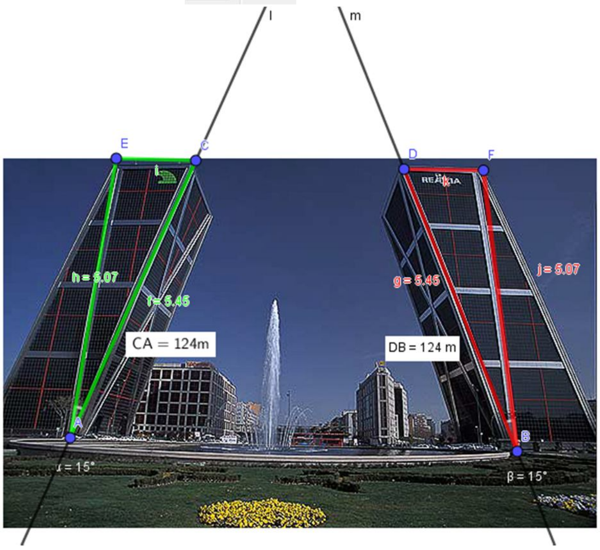


e) Si tuviéramos que limpiar los cristales. ¿Cuantos m2 de cristales limpiaríamos?

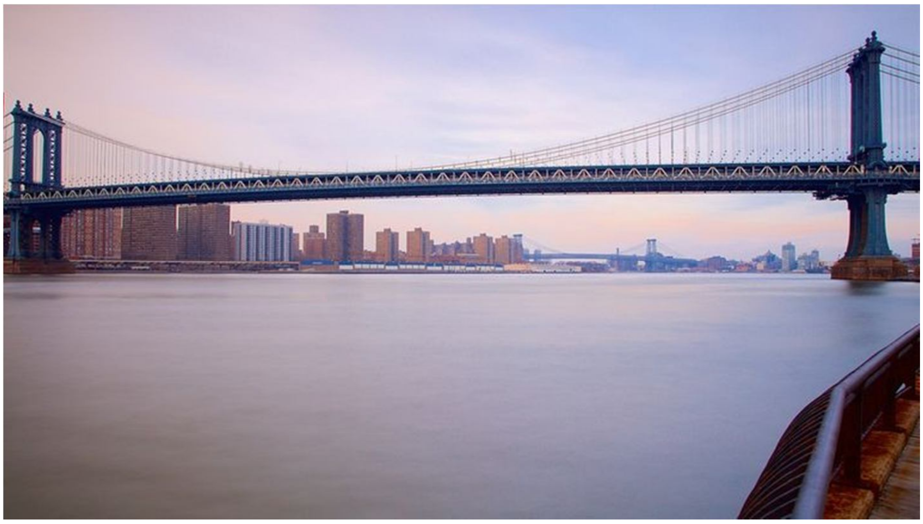


f) ¿Cuánto más habría que elevar ambas torres para formar un triángulo?

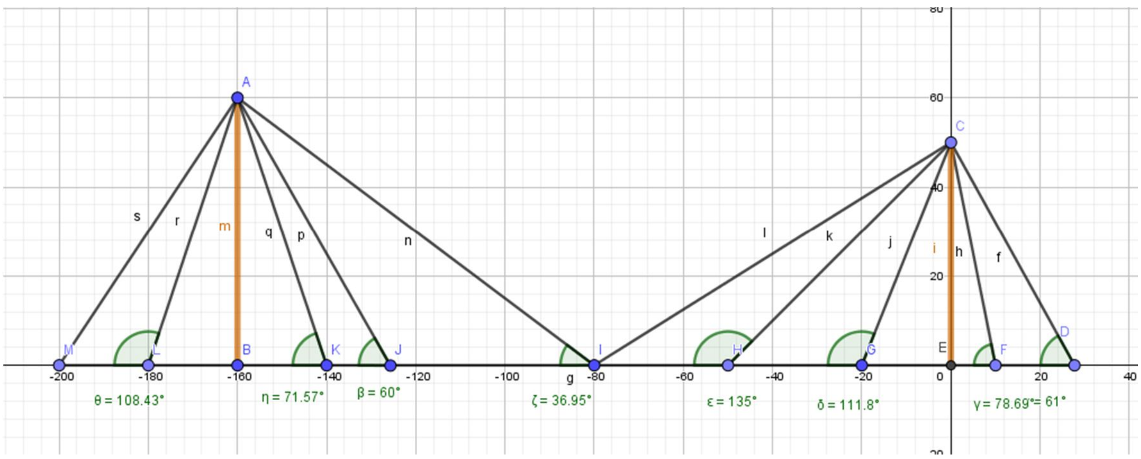
Para resolver esto, hemos de dibujar dos rectas l y m y buscar el punto de intersección, a través de la función Interseca (l, m) 



Queremos construir un puente como el de Brooklyn



Sabemos que m =60m y l=50m.



El ingeniero de una empresa quiere que le ayudemos. Nos pide que quiere construir un puente, siguiendo la forma del puente de Brooklyn. Los pilares miden 50 m y 60m de altura respectivamente, desde el suelo del mismo.

Tenemos algo tal que así. Nos pide calcular los segmentos

a) ¿Cuánto metros de acero necesitaremos para cada uno de estos tensores?

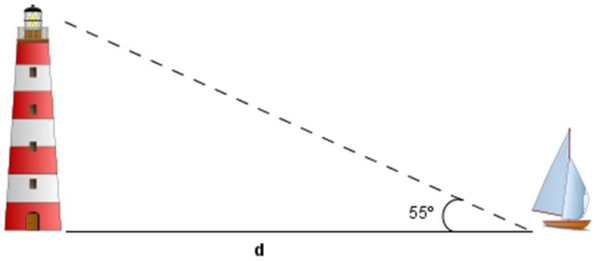
Segmento
- f = 57.17
- g = 227.72
- h = 50.99
- i = 50
- j = 53.85
- k = 70.71
- l = 94.34
- m = 60
- n = 100
- p = 69.17
- q = 63.25
- r = 63.25
- s = 72.11

b) Si queremos que el suelo se aguante con una viga de hierro. ¿Qué longitud al menos tendrá la viga que va de torre a torre?

g = 227.72

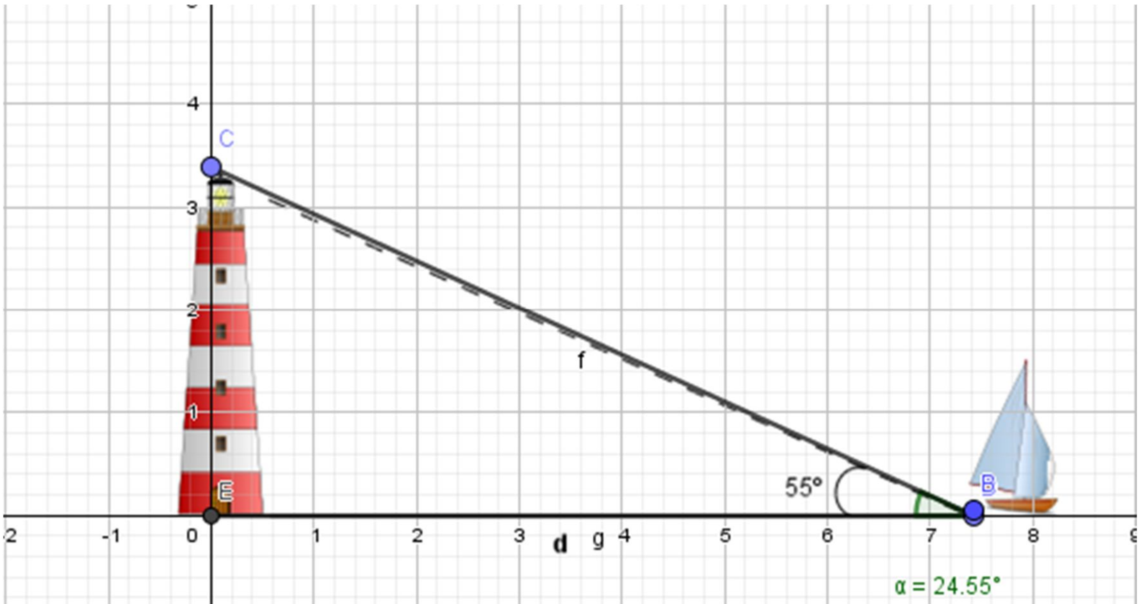
ACTIVIDAD 5: Faro de Llobregat

El faro de Llobregat (también denominado Torre del Riu) es un faro situado en la entrada al puerto de Barcelona. Este faro tiene una altura de 31 metros sobre el nivel del mar a las 9 de la mañana.

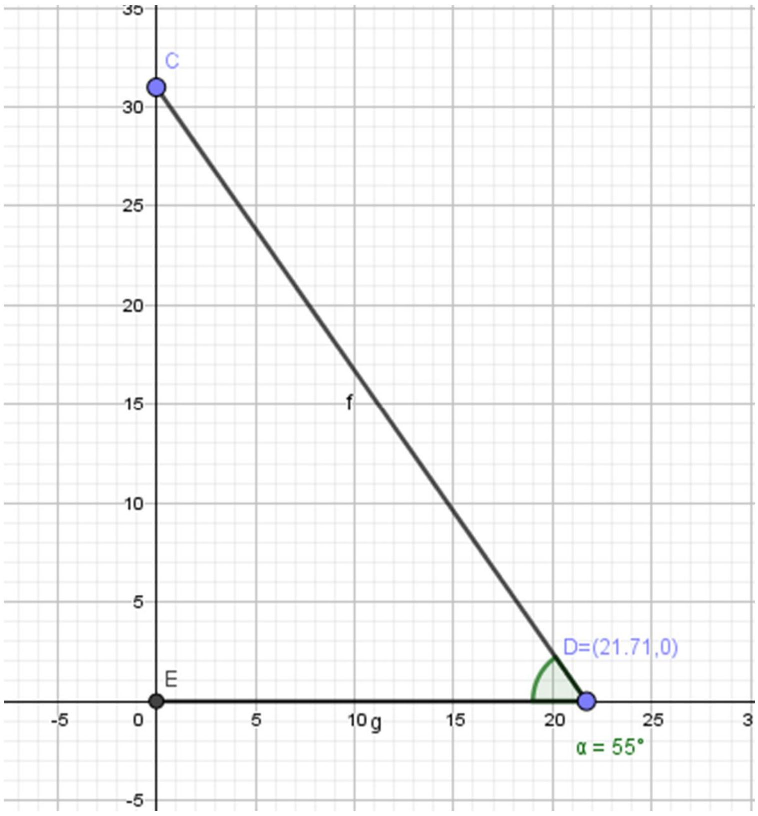


a) Desde un barco vemos la luz de un faro con una inclinación de 55º. ¿A qué distancia estamos del faro?

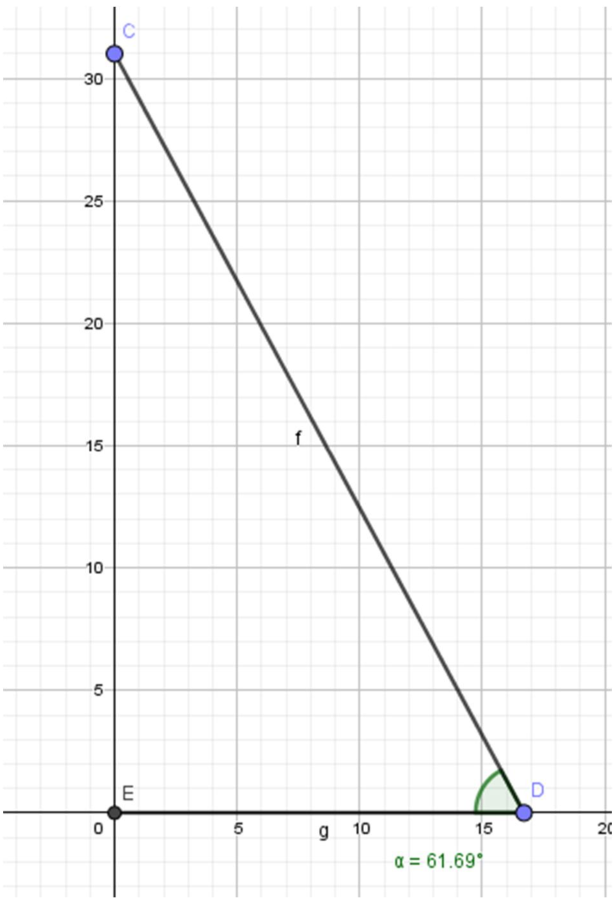
Partimos del archivo del GeoGebra. R2_A5.ggb



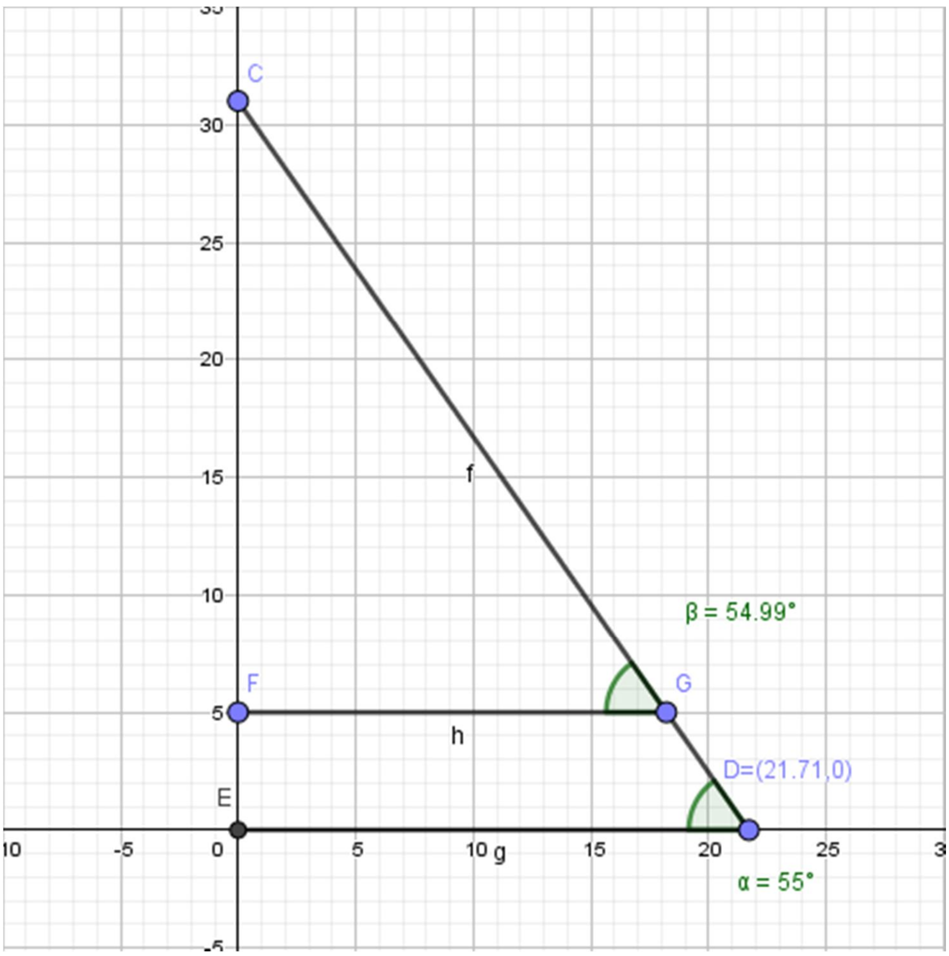
Planteamos, partiendo del archivo inicial de arriba, que moviendo el punto B y C, puedan llegar al enunciado y comprobar los resultados.



b) Si avanzamos 5 metros hacia la orilla. ¿Con que inclinación nos incidirá la luz del faro?



c) Si la marea sube 5 metros, desde que llegamos hasta ahora. ¿ El ángulo de inclinación pasará a ser de 55º a 50º?



RECURSO 4:

MATRICES

RESOLUCION DE MATRICES CON GEOGEBRA

Contenido del recurso:

MATRICES: RESOLUCION DE MATRICES CON GEOGEBRA.

Autor del Recurso:
Jorge Álvarez Sorolla

Objetivo:

El objetivo principal de este recurso, es que el alumno pueda aprender mediante el GeoGebra a poder resolver matrices y saber el método de resolución así como su interpretación gráfica.

Es muy importante que el estudiante distinga los diferentes tipos de sistemas de ecuaciones: incompatibles o compatibles y, dentro de estos, determinados o indeterminados.

Que sepa reconocer cómo es cada uno de los que se le presentan. Para ello resulta muy útil la referencia geométrica; rectas para las ecuaciones con dos incógnitas y planos para las de tres.

Al no conocer la geometría analítica del espacio no supone ninguna traba para la interpretación geométrica de una ecuación lineal con tres incógnitas como un plano, y la relación que hay entre los distintos tipos de sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas, así como las posiciones en que pueden estar dos o más planos.
Utilizar la regla de Cramer es suficiente para apreciar todos los matices del proceso.

Descripción de la actividad:

Se pretende que ya que en clase practicar las matrices, muchas veces visualizar la solución no es tarea sencilla para el profesor. Aquí se pretende que sepan visualizar las matrices. El uso del ordenador como herramienta de trabajo nos beneficia porque a la hora de desarrollan conceptos y repasar los ejercicios se visualizan los resultados mejor.

Recursos empleados:

Para poder llevar a cabo este recurso, es recomendable que se pongan en parejas y con ordenador. Se plantea para que ellos, a través de la guía del profesor, puedan realizar estos ejercicios. Pueden o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad a través del mismo programa, y si no se tiene el programa instalado, utilizar el archivo.

Aspectos didácticos y metodológicos:

Se pretende que los alumnos manipulen matrices, que vean las soluciones inmediatas manipulando, así como despertar la curiosidad y el conocimiento.

Se pretende que entre ellos comprueben los resultados obtenidos poderlos representar de manera fácil y sencilla con el GeoGebra. Con todo esto, lo que vamos a consiguiendo es que se familiaricen con éste programa, para que en posteriores ocasiones dispongan de una herramienta más en su aprendizaje.

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

A partir de este método de trabajo, los alumnos pueden comparar los resultados, y es una forma de mejorar el aprendizaje.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP
Actividad 1: R4_A1.ggb
Actividad 2: R4_A2.ggb
Actividad 3: R4_A3.ggb
Actividad 4: R4_A4.ggb

RECURSO 4. MATRICES

ACTIVIDAD 1: Resolución de un sistema de ecuaciones e interpretación.

Se sabe que el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=3 \\ x+y-z=\ 1 \\ 2x+ay=4 \end{array}\right\}$$ Para un valor de a ϵ R.

a) Discute el sistema para los diferentes valores de a
b) Resuelve el sistema para a=2.
c) ¿Podrías hacer un programa para resolverla mediante GeoGebra?

ACTIVIDAD 2: Resolución de un sistema de ecuaciones e interpretación.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $$\left\{\begin{array}{r} y-z=1 \\ -x\ \ +4z=0 \\ 2y-z=1 \end{array}\right\}$$

a) Se puede aplicar Cramer. Justifica la respuesta
b) Resuelva el anterior sistema de ecuaciones.
c) ¿Podrías hacer un programa para resolverla mediante GeoGebra?

ACTIVIDAD 3: Resolución de un sistema de ecuaciones e interpretación.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\left\{ \begin{matrix} x + my + 3z = 2 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + mz = 3 \end{matrix} \right\}$

a) Estudia como es el sistema para los diferentes valores.
b) Si m=0, ¿Tiene solución? ¿Cuál es esa solución?
c) ¿Podrías hacer un programa para resolverla mediante GeoGebra?

ACTIVIDAD 4: Posición relativa de dos planos.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\left\{ \begin{matrix} x + y - 2z = -1 \\ 2x + 2y - 2z = -5 \end{matrix} \right\}$

a) Podías decir cómo es la posición relativa de estos planos.
b) ¿Podrías hacer un programa para resolverla mediante GeoGebra?
c) Puedes encontrar un ejemplo donde los planos sean secantes, otro donde sean coincidentes y otro donde sean paralelos.

RECURSO 4. MATRICES

ACTIVIDAD 1: Resolución de un sistema de ecuaciones e interpretación.

Se sabe que el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=3 \\ x+y-z=\ 1 \\ 2x+ay=4 \end{array}\right\}$$ Para un valor de a ϵ R.

a) Discute el sistema para los diferentes valores de a
b) Resuelve el sistema para a=2.
c) ¿Podrías hacer un programa para resolverla mediante GeoGebra?

En primer lugar, hemos de poner el modo CAS, Calculo Simbólico.

En entrada, ponemos Entrada: a con valores entre -5 y 5

Para poner estos valores, Boton derecho >Propiedades>Deslizador.

Introducimos M:={{1,1,1},{1,1,-1},{2,p,0}} donde p sera nuestro parámetro.

Ahora calculamos el Determinante de M y el valor de p

Determinante(M)

$\rightarrow\ 2p-4$

Soluciones(2p-4=0,p)

$\rightarrow\ \{2\}$

Si ahora estudio el rango de la Matriz A la del enunciado para a=2

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

RangoMatriz(A)

$\rightarrow$ 2

Y de su matriz ampliada. B:={{1,1,1,3},{1,1,-1,1},{2,a,0,4}}

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

RangoMatriz(B)

$\rightarrow$ 2

EscalonadaReducida(B)

Si hacemos la matriz escalonada de B,

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

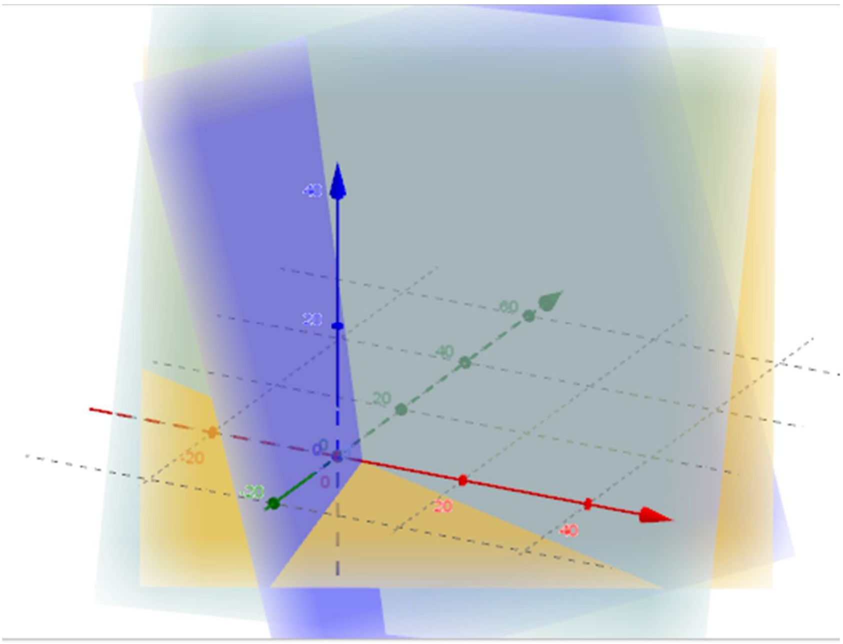
Se puede ver que la última fila son ceros, por el Sistema Compatible Indeterminado.

Si ahora vemos las soluciones del enunciado inicial

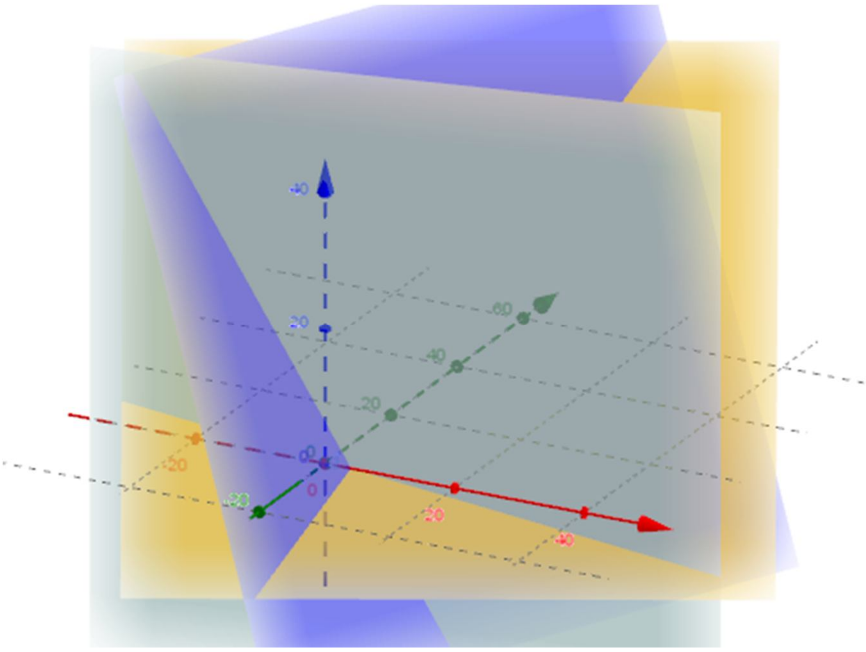
Soluciones[{x+y+z=3,x+y-z=1,2x+a*y=4},{x,y,z}] $\begin{pmatrix} -y+2 & y & 1 \end{pmatrix}$

Así nos queda la representación gráfica para a=2

a=2



a=0 Sistema Compatible Determinado Solución (2,0,1)



ACTIVIDAD 2: Resolución de un sistema de ecuaciones e interpretación.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\left\{ \begin{array}{r} y - z = 1 \\ -x \;\; + 4z = 0 \\ 2y - z = 1 \end{array} \right\}$

a) Se puede aplicar Cramer. Justifica la respuesta
b) Resuelva el anterior sistema de ecuaciones.
c) ¿Podrías hacer un programa para resolverla mediante GeoGebra?

Como el Determinante(M)=1 ≠ 0 se puede aplicar Cramer.

En primer lugar, hemos de poner el modo CAS, Calculo Simbólico.

Escribimos M:={{0,1,-1},{-1,0,4},{0,2,-1}} y nos tiene que quedar algo así

$$\mathbf{M} := \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Calculamos el determinante de M. Determinante(M)=1

Determinante(M)

$\rightarrow$ **1**

Aplicamos ahora la regla de Cramer

x=$\frac{|\Delta x|}{|M|}$=

Para hacer esto en GeoGebra, escribimos ΔX:={{1,1,-1},{0,0,4},{1,2,-1}}

ΔX:={{1,1,-1},{0,0,4},{1,2,-1}}

$$\rightarrow \quad \mathbf{\Delta X} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

posteriormente escribimos

=Determinante(ΔX)/Determinante(M)

X=Determinante(ΔX)/Determinante(M)

$$\rightarrow \quad \mathbf{X = -4}$$

Si escribimos ΔY:={{0,1,-1},{-1,0,4},{0,1,-1}}

ΔY:={{0,1,-1},{-1,0,4},{0,1,-1}}

$$\rightarrow \quad \mathbf{\Delta Y} := \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Y=Determinante(ΔY)/Determinante(M)

$$\rightarrow \quad \mathbf{Y = 0}$$

Y=Determinante(ΔY)/Determinante(M)

Si ahora para terminar hacemos ΔZ:={{0,1,1},{-1,0,0},{0,2,1}}

ΔZ:={{0,1,1},{-1,0,0},{0,2,1}}

$$\rightarrow \quad \mathbf{\Delta Z} := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Z=Determinante(ΔZ)/Determinante(M)

$$\rightarrow \quad \mathbf{Z = -1}$$

Luego la solución a nuestro sistema es $\begin{Bmatrix} x = -4 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{Bmatrix}$

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{c} x+my+3z=2 \\ x+y-z=0 \\ 2x+3y+mz=3 \end{array}\right\}$

a) Estudia como es el sistema para los diferentes valores.
b) Si m=0, ¿Tiene solución? ¿Cuál es esa solución?
c) ¿Podrías hacer un programa para resolverla mediante GeoGebra?

En primer lugar, hemos de poner el modo CAS, Calculo Simbólico.

Ahora escribimos M:={{1,p,3},{1,1,-1},{2,3,p}}

Y nos queda una matriz de la forma $\rightarrow \mathbf{M} := \begin{pmatrix} 1 & p & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & p \end{pmatrix}$

Si calculamos el determinante de M, Determinante(M)

Determinante(M)

$\rightarrow -p^2 - p + 6$

Para calcular las soluciones ponemos Soluciones(Determinante(M)=0,p)

Y nos queda lo siguiente

Soluciones(Determinante(M)=0,p)

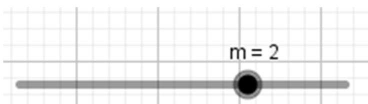
$\rightarrow \{-3, 2\}$

Ahora podemos poner la matriz del enunciado con la m

A:={{1,m,3},{1,1,-1},{2,3,m}}

En entrada, ponemos Entrada: m con valores entre -5 y 5

Para poner estos valores, Boton derecho >Propiedades>Deslizador.



Con esto hemos creado un deslizador

Con m=2

A:={{1,m,3},{1,1,-1},{2,3,m}}

$$\rightarrow \quad A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

RangoMatriz(A)

$\rightarrow \quad 2$

Ponemos la matriz ampliada B:={{1,m,3,2},{1,1,-1,1},{2,3,m,3}}

B:={{1,m,3,2},{1,1,-1,1},{2,3,m,3}}

$$\rightarrow \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

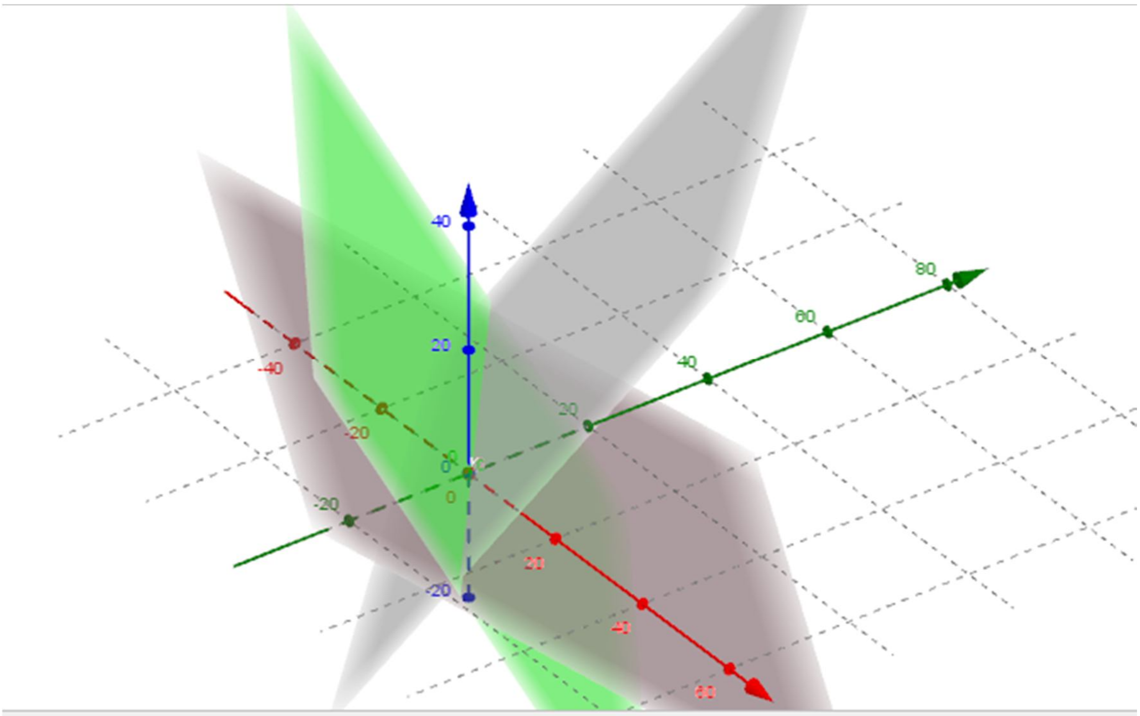
RangoMatriz(B)

$\rightarrow \quad 2$

Luego con m=2 tenemos SCI. Aquí tenemos la gráfica.

Escribimos en entrada cada una de las ecuaciones

y ponemos la vista 3D



Ahora probamos con m=-3 tenemos S. Incompatible.

A:={{1,m,3},{1,1,-1},{2,3,m}}

$$\rightarrow \mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

RangoMatriz(A)

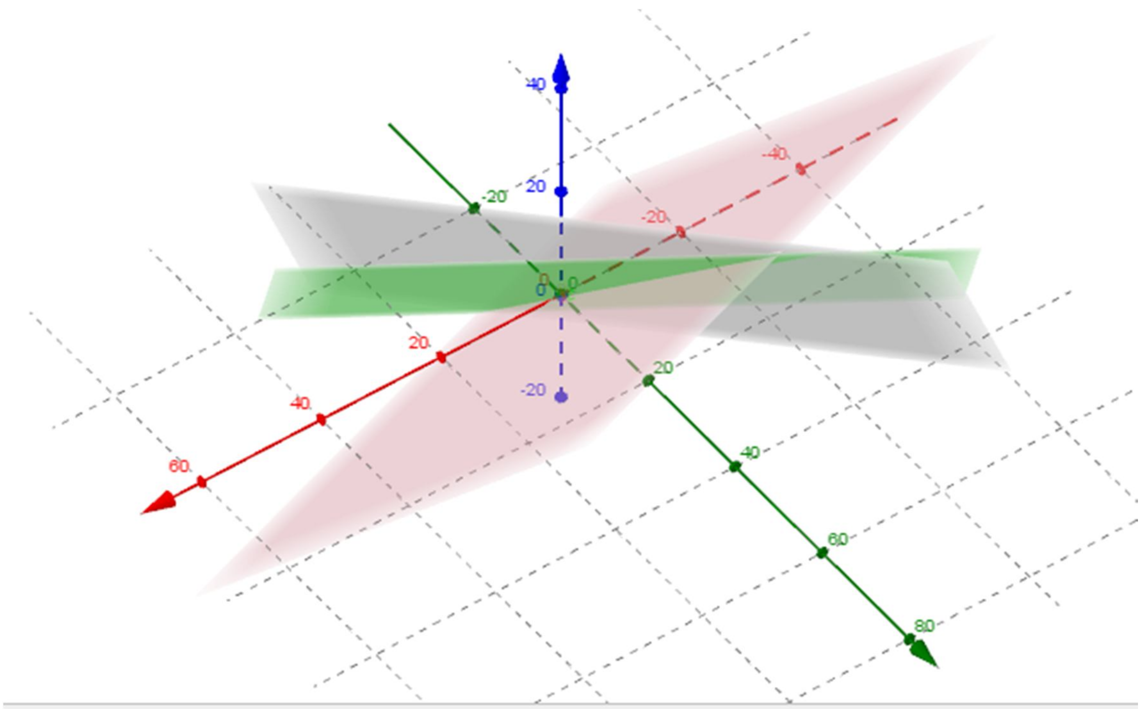
$\rightarrow$ 2

B:={{1,m,3,2},{1,1,-1,1},{2,3,m,3}}

$$\rightarrow \mathbf{B} := \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

RangoMatriz(B)

$\rightarrow$ 3

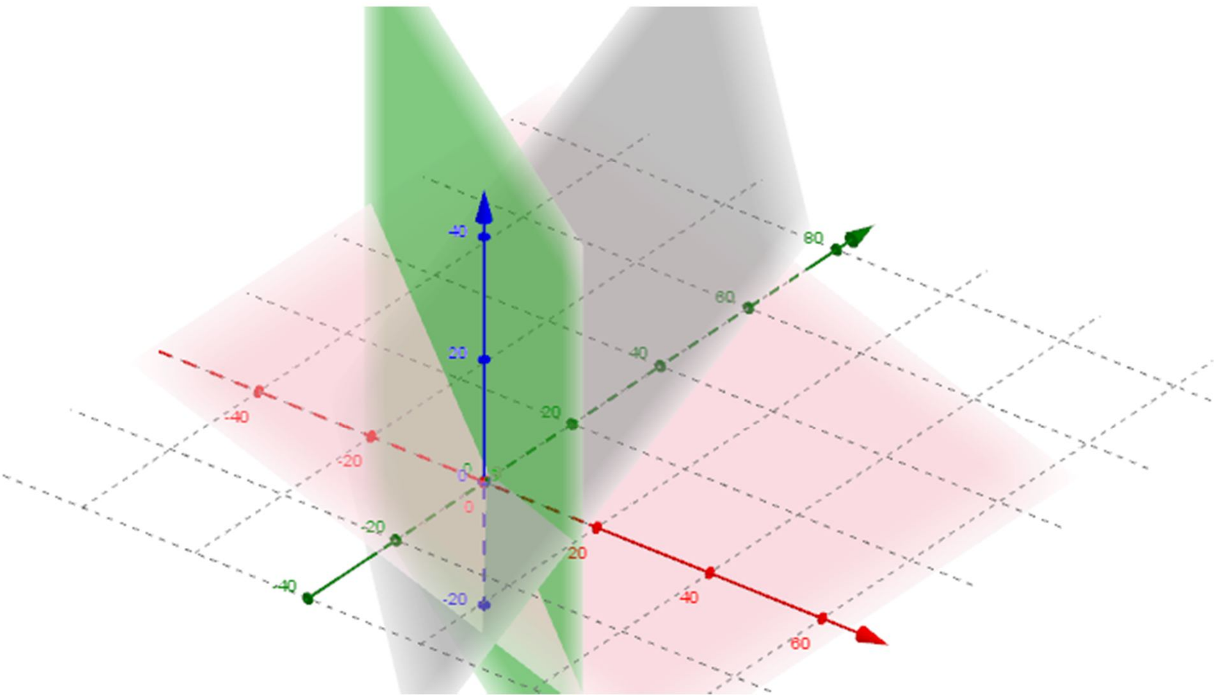


Si ahora cogemos un valor m ≠{-3,2} p.e   m=0 y ponemos

Soluciones[{x+m*y+3z=2,x+y-z=0,2x+3y+m*z=3},{x,y,z}]

Nos queda un S. C. Determinado de solución única.

$$\rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{4}{3} & \frac{5}{6} \end{pmatrix}$$



ACTIVIDAD 4: Posición relativa de dos planos.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{Bmatrix} x + y - 2z = -1 \\ 2x + 2y - 2z = -5 \end{Bmatrix}$

a) Podías decir cómo es la posición relativa de estos planos.
b) ¿Podrías hacer un programa para resolverla mediante GeoGebra?
c) Puedes encontrar un ejemplo donde los planos sean secantes, otro donde sean coincidentes y otro donde sean paralelos.

Vamos a hacer un programa para resolverlo mediante el GeoGebra. Ver R4_A4.ggb

Ponemos la Vista gráfica2,Gráficas 3D y Hoja de Calculo

En la hoja de cálculo ponemos

x	y	z	t
1	1	-2	1
2	2	-2	5

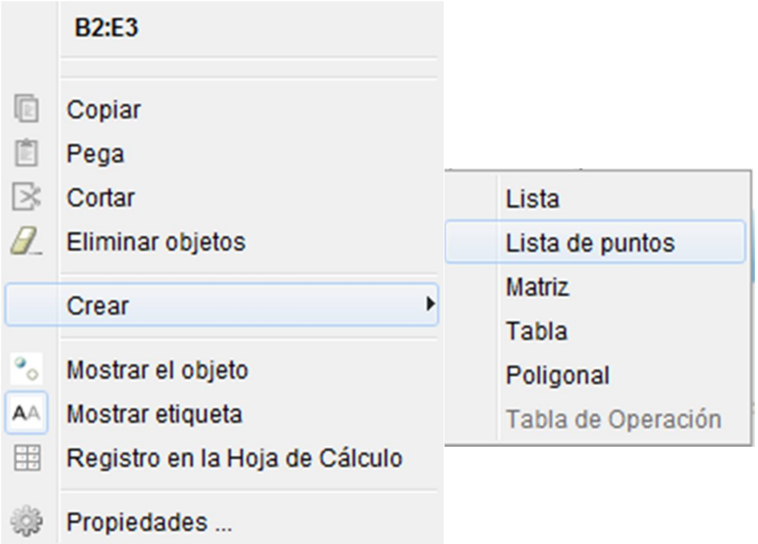
Nosotros hemos puestos los valores en π_1:=B2 x + C2 y + D2 z + E2 = 0
π_2:=B3 x + C3 y + D3 z + E3 = 0

Dando como resultado los planos

$$\pi_1 : x + y - 2z = -1$$

$$\pi_2 : 2x + 2y - 2z = -5$$

Si ahora seleccionamos los puntos y con el botón derecho elegimos matriz



Tendremos las matrices A y B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 15 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 15 & 5 \end{pmatrix}$$

Ahora creamos textos para ver como varían los planos según cambiamos coeficientes.

Llamamos RangoA= RangoMatriz(A)
RangoB= RangoMatriz(B)
FórmulaTexto(RangoA, true, true)

FórmulaTexto(RangoB, true, true)

Ahora viene algo más difícil , para que salga todo de la mejor forma posible

Si(RangoA $\stackrel{?}{=}$ 2, Si(RangoB $\stackrel{?}{=}$ 2, " PLANOS SECANTES ", " "), Si(RangoA $\stackrel{?}{=}$ 1, Si(RangoB $\stackrel{?}{=}$ 1, " PLANOS COINDIDENTES ", " PLANOS PARALELOS "), " "))

Lo que conseguimos con esto es tener esto :

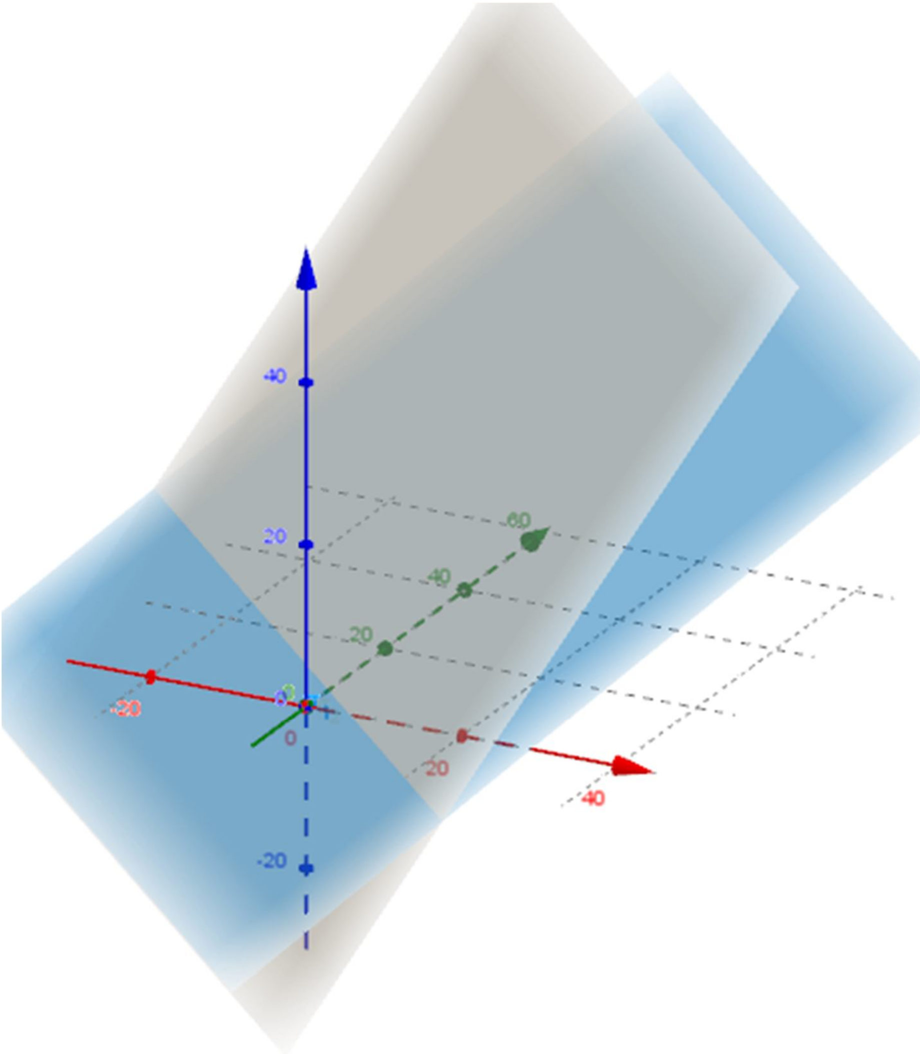
$$\pi_1 : x + y - 2z = 1$$

$$\pi_2 : 2x + 2y - 2z = 5$$

PLANOS SECANTES

RangoA $= 2$ RangoB $= 2$

Lo que equivale gráficamente a esto.



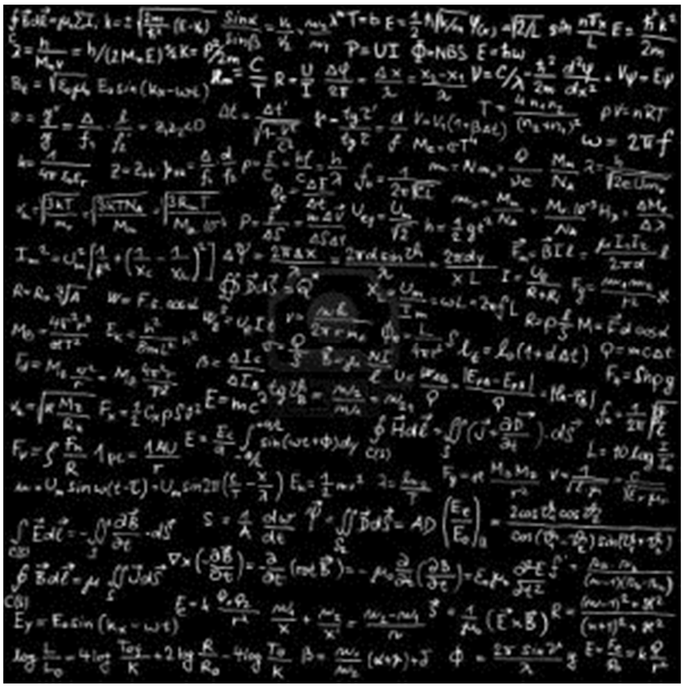
RECURSO 5

DERIVACIÓN:

DERIVANDO CON GEOGEBRA

Contenido del recurso:

DERIVACION: DERIVANDO CON GEOGEBRA



Autor del Recurso:

Jorge Alvarez Sorolla

Objetivo:

Con este recurso se pretende que el alumno pueda manipular las derivadas, así comprender el estudio de las mimas para de una forma práctica. Con esto el alumno pueda aprender mediante el GeoGebra a poder resolver problemas de derivación así como entender el resultado y la interpretación gráfica del mismo.

Conocer e interpretar geométricamente la tasa de variación media en un intervalo y en un punto como aproximación al concepto de derivada y utilizar las regla de derivación para obtener la función derivada de funciones sencillas y de sus operaciones.

Calcula la tasa de variación media en un intervalo y la tasa de variación instantánea, las interpreta geométricamente y las emplea para resolver problemas y situaciones extraídas de la vida real.

Descripción de la actividad:

En una primera parte se puede desarrollar la actividad como un pequeño examen donde el alumno por sí solo realiza la tarea. A continuación se pueden poner en parejas para comparar los resultados en el ordenador.

Del mismo modo, se les pueden pedir que lleven a clase latas o envases de Brick, para que de ese modo manipulando algo cotidiano se den cuenta de las ecuaciones que están presentes, de que forma pueden variar los objetos al variar sus tamaños, así entenderán que todo, tiene una explicación.

Recursos empleados:

Para poder llevar a cabo este recurso, es recomendable que se pongan en parejas y con ordenador. Se plantea para que ellos, a través de la guía del profesor, puedan realizar estos ejercicios. Pueden o bien directamente acceder al GeoGebra para la realización de la actividad a través del mismo programa, y si no se tiene el programa instalado, utilizar el archivo. Si bien, otro añadido a la misma es poder llevar a clase latas y envases de Brick para poderlo manipular y ver en clase.

Aspectos didácticos y metodológicos:

Se intenta conseguir una idea intuitiva de límite de una función en un punto. Cálculo de límites sencillos además de utilizar el límite como herramienta para el estudio de la continuidad de una función. Aplicación al estudio de las asíntotas. Tasa de variación media y tasa de variación instantánea. Aplicación al estudio de fenómenos económicos y sociales. Derivada de una función en un punto.

Con todo esto, intentamos que los alumnos manipulen derivadas, que vean las soluciones inmediatas y así despertar la curiosidad y el conocimiento.

Se pretende que entre ellos comprueben los resultados obtenidos poderlos representar de manera fácil y sencilla con el GeoGebra. Con todo esto, lo que vamos a consiguiendo es que se familiaricen con éste programa, para que en posteriores ocasiones dispongan de una herramienta más en su aprendizaje.

Alumnado a quien va dirigida especialmente:

Las actividades están propuestas a los alumnos de Bachillerato.

Interdisciplinariedad, transversalidad relaciones con el entorno:

A partir de este método de trabajo, los alumnos pueden comparar los resultados, y es una forma de mejorar el aprendizaje.

Documentos adjuntos:

Tenemos los archivos hechos con GeoGebra que ayudan a la realización de los problemas.
Se puede encontrar en el GeoGebra https://ggbm.at/UGtvW6dP
Actividad 1: R5_A1.ggb
Actividad 2: R5_A2.ggb
Actividad 3: R5_A3.ggb

RECURSO 5. Derivación

ACTIVIDAD 1: Montaña rusa Ferrari Formula Rossa

La Montaña rusa Formula Rossa es la más rápida del mundo y provoca sensaciones similares a las que experimenta un piloto de Fórmula 1. De ahí el lema de Ferrari World Abu Dhabi, el parque temático más grande del mundo, que abrió sus puertas hace pocos años y que todavía hoy atrae a fanáticos de los cinco continentes.

La función $f(x) = -0.05x^3 + 0.914\,x^2 + 0.584x + 1.28$ con $0 \leq x \leq 17$ donde x indica el tiempo en segundos y $f(x)$ la altura del coche que sube por la atracción en metros.

Calcula:

a) Crecimiento y decrecimiento
b) Máximos y mínimos. ¿Qué altura alcanza la montaña rusa?
c) Concavidad y convexidad
d) Puntos de inflexión
e) Vamos a responder a todos los apartados haciéndolo por GeoGebra.

ACTIVIDAD 2: Multa de tráfico

Tenemos x(t) = $t^3 - 5t^2 + 95t$ donde x(t) indica la posición del coche en función del tiempo con la variable t en horas y variable x en kilómetros.

a) Calcula "la posición del coche en el instante 1+h y 1-h, es decir calcula $x(1+h)$ y $x(1-h)$
b) Calcula la velocidad media entre $t = 1 - h$ y $t = 1 + h$ $V_m = 1 - h, 1 + h$
c) Calcula el límite de la velocidad media, cuando la h tiende a cero.
¿A qué concepto de física corresponde este límite?
d) Calcula x'(1). ¿Qué observas?
e) El vehículo es detenido en un control policial .Si el límite de velocidad es de 80 km/h, y pasa por el radar en el instante t =1 h ¿lo multará?
f) Si hay un radar de tramo de 90 km/h por el que pasa en el instante t=2h y en el instante t=3h y cuarto. ¿Lo multará?.
¿Significa que lo ha rebasado los 90km/h en ese tramo?
g) ¿Cuál es la velocidad mínima del automóvil y en qué instante?
h) Vamos a comprobarlo por medio del GeoGebra.
i) Con los resultados obtenidos en el apartado a y b, y con la web de la DGT.
   - Puedes decir el tipo de sanción económica que corresponde
   - ¿Cuántos puntos le quitarán?

Imagen1

Imagen2

Fíjate en estas dos latas que podemos encontrar en cualquier supermercado tienen una capacidad de 33cl.

Ambas son cilíndricas pero tienen medidas diferentes y están fabricadas en aluminio.

Queremos encontrar las medidas que garanticen el gasto mínimo en el envase.

Queremos hacer mínimo el área del cilindro.

Ayuda: $A_T = A_L + 2\,A_{B=}2\pi rh + 2\pi r^2$ $\quad$ V $= \pi r^2 h$

donde r indica el radio de la base y h la altura del envase.

Calcula

a) La primera lata tiene un radio de 2.75 cm. ¿Qué altura debería tener si la capacidad es de 33 cl?
b) La segunda lata tiene un radio de 3,25 cm ¿Qué altura debería tener si la capacidad es de 33 cl?
c) ¿Coinciden los resultados que has obtenido con las medidas reales? Intenta dar un motivo
d) Cuál es la función $f(r)$ que hay que minimizar
e) Cuál es el radio óptimo para fabricar una lata de refresco
f) Cuál es la altura óptima para fabricar una lata de refresco
g) Calcula la superficie en función del radio con volumen fijado de 33cl. ¿Cuál crees que pesa más y por qué?
h) Una pesa 28g y la otra 13g. ¿Es el peso es proporcional a la superficie? Intenta dar un motivo que justifique la respuesta.
i) Estudia estos resultados mediante GeoGebra.

ACTIVIDAD 4: Que brik contiene más líquido

Fig.1:

Fig.2:

Fíjate en estos envases de leche de 1 litro de capacidad que podemos encontrar en cualquier supermercado . Ambos son diferentes, uno es más alto y más estrecho, el otro más bajo y más ancho.

Cual crees que tiene menor coste de fabricación de embalaje, por tanto, más beneficio para la empresa láctea.

Queremos hacer mínimo el área del paralelogramo.

Ayuda: $A_T = 2xy + 2xz + 2yz \qquad V = xyz$

Fig.1: x=7,4cm y=7cm z=19,8cm

Fig.2: x=9 cm y=5.8 cm z=19,5 cm

Calcula

a) Cuál es la función $f(x)$ que hay que minimizar si consideramos fija la altura z=19,8cm

b) Cuál es la función $f(x)$ que hay que minimizar si consideramos fija la altura z=19,5cm

c) Cuáles son las medidas óptimas para fabricar un brick si la altura z=19,8 cm

d) Cuáles son las medidas óptimas para fabricar un brick si la altura z=19,5 cm

e) Compara los resultados con las medidas de los bricks. ¿Coinciden?
¿Cuál crees que es el motivo ?

f) Estudia estos resultados mediante GeoGebra.

RECURSO 5. Derivación

ACTIVIDAD 1: Montaña rusa Ferrari Formula Rossa

La Montaña rusa Formula Rossa es la más rápida del mundo y provoca sensaciones similares a las que experimenta un piloto de Fórmula 1. De ahí el lema de Ferrari World Abu Dhabi, el parque temático más grande del mundo, que abrió sus puertas hace pocos años y que todavía hoy atrae a fanáticos de los cinco continentes.

La función $f(x) = -0.05x^3 + 0.914\, x^2 + 0.584x + 1.28$ con $0 \leq x \leq 17$ donde x indica el tiempo en segundos y $f(x)$ la altura del coche que sube por la atracción en metros.

Calcula:

a) Crecimiento y decrecimiento

RECUERDA

Crecimiento en un punto. **Si f es derivable en a**

f es estrictamente creciente en a sí: f'(a) > 0

Decrecimiento en un punto Si f es derivable en a:

f es estrictamente creciente en a sí: f'(a) <0

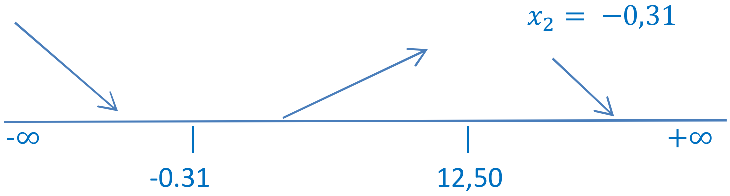
Dada $f(x) = -0.05x^3 + 0.914\,x^2 + 0.584x + 1.28$

$f'(x) = -0.15x^2 + 1.83x + 0.58$

Resolvemos la ecuación $f'(x) = 0$

$$-0.15x^2 + 1.83x + 0.58 = 0$$

$$x = \frac{-1.83 \pm \sqrt{1.83^2 + 4 * 0.15 * 0.58}}{-0.3} = \quad x_1 = 12{,}5 \quad x_2 = -0{,}31$$



$f'(-1) < 0$ DECREC

$f'(0) > 0$ CREC

$f'(15) < 0$ DECREC

] -∞,-0.31 [DECRECIENTE

] - 0.31, 12.50[CRECIENTE

] 12.50, +∞[DECRECIENTE

b) Máximos y mínimos. ¿Qué altura alcanza la montaña rusa?

RECUERDA

Máximo de una función en un punto. f alcanza un máximo en a

Si f'(a) =0 y f''(a) < 0

Mínimo de una función en un punto f alcanza un mínimo en a

Si f'(a) =0 y f''(a) > 0

Sabemos por el apartado anterior $f'(x) = -0.15x^2 + 1.83x + 0.58$

Además si $f'(x) = 0$ las soluciones eran

$x_1 = 12{,}50 \qquad x_2 = -0{,}31$

$f''(x) = -0.3x + 1.83$

$f''(12.5) < 0$ f alcanza un máximo en 12.5

$f''(-0.31) > 0$ f alcanza un mínimo en -0.31

$f(12.5) = -0.05(12.5)^3 + 0.914(12.5)^2 + 0.584(12.5) + 1.28$
$= -97.65 + 142.81 + 7.3 + 1.28 = 53.74\ m$

c) Concavidad y convexidad

RECUERDA

Concavidad de una función en un punto. f es cóncava en a

Si f''(a) < 0

Convexidad de una función en un punto f es convexa en a

Si f''(a) > 0

" CON CAVA "

Sabemos $f''(x) = -0.3x + 1.83$ hacemos $f''(x) = 0$

$x = 6.1$

-∞ | +∞

6.1

$f''(0) > 0$ CONVEXA

$f''(10) < 0$ CONCAVA

] -∞,6.1 [CONVEXA

] 6.1, +∞[CONCAVA

d) Puntos de inflexión

RECUERDA

Puntos de inflexión f tiene un punto de inflexión en a

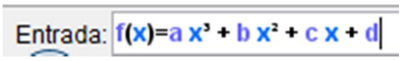
Si f''(a) = 0

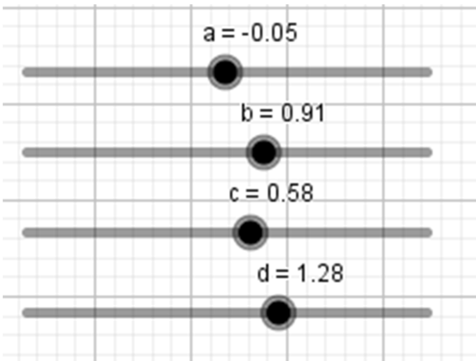
Sabemos $f''(x) = -0.3x + 1.83$ hacemos $f''(x) = 0$

$x = 6.1$ => f tiene en x=6.1 un punto de inflexión.

e) Vamos a responder a todos los apartados haciéndolo por GeoGebra.

Vamos a crear un archivo para poder estudiar cualquier función.Para cualquier duda ver A5.1.ggb

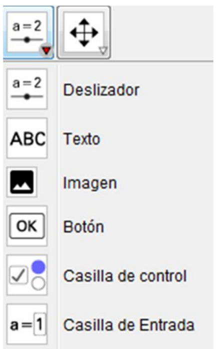
Ponemos lo siguiente 



Como no tenemos definido a,b,c,d nos creará deslizadores...

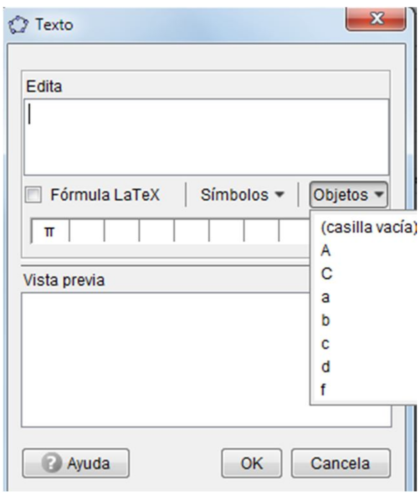
Si a estos deslizadores les ponemos los valores del problema

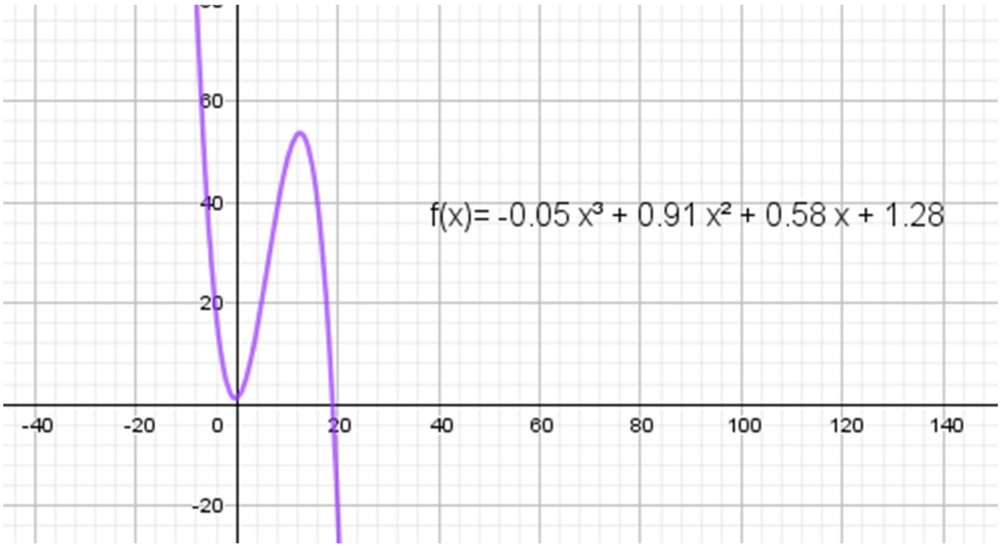
Si ponemos una etiqueta con la funcion,

Elegimos TEXTO 

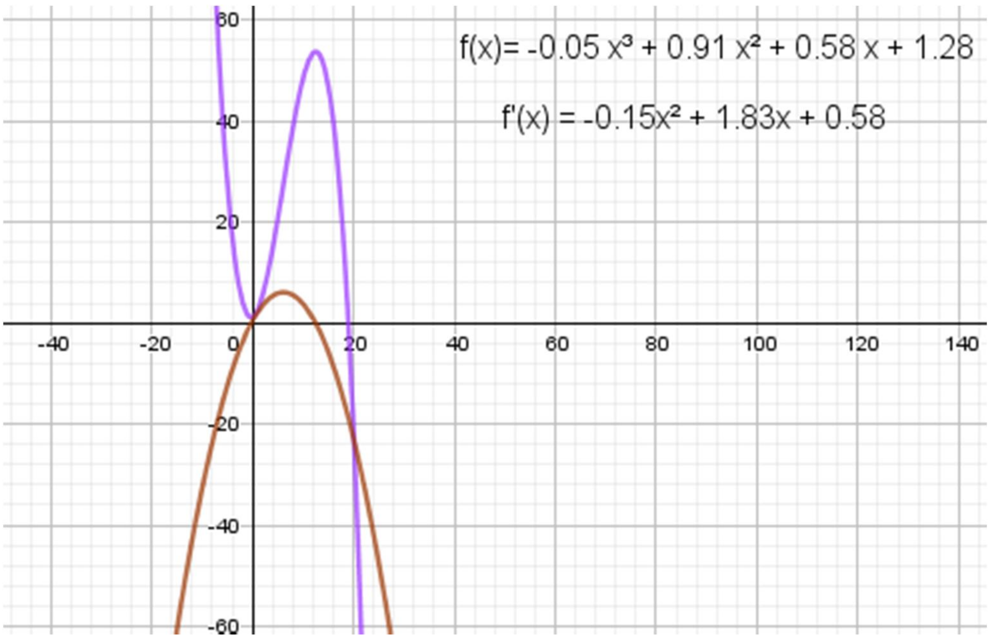
PINCHAMOS EN CUALQUIER CUADRICULA Y PONEMOS

f(x)= elegimos del menú Objetos la f

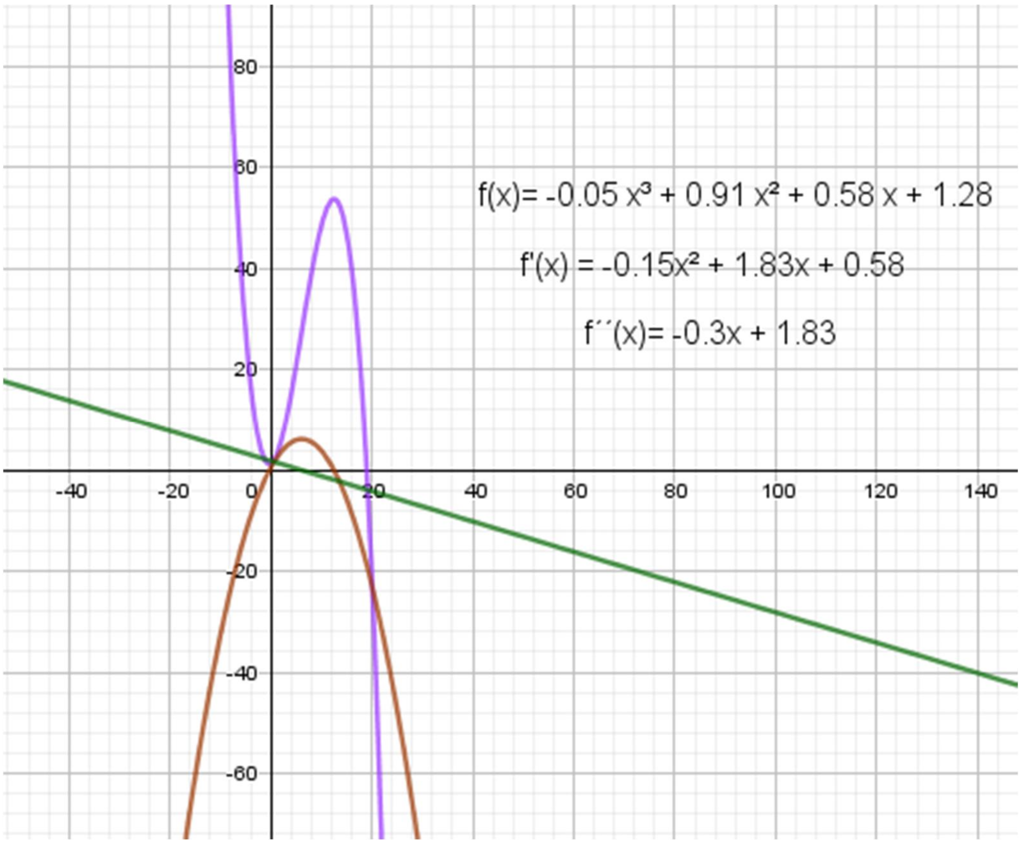




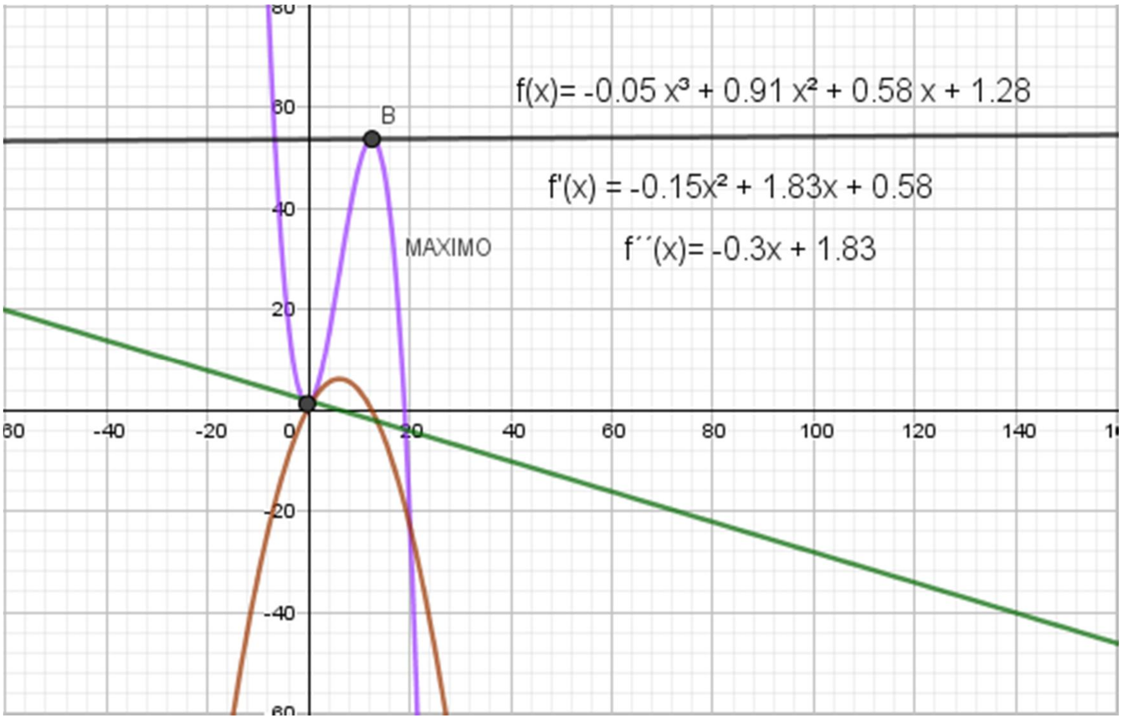
Ahora definimos g(x)=f'(x) y pondremos g(x)= Derivada(f) si procedemos como antes para realizar la etiqueta de texto, nos quedará algo tal que así.



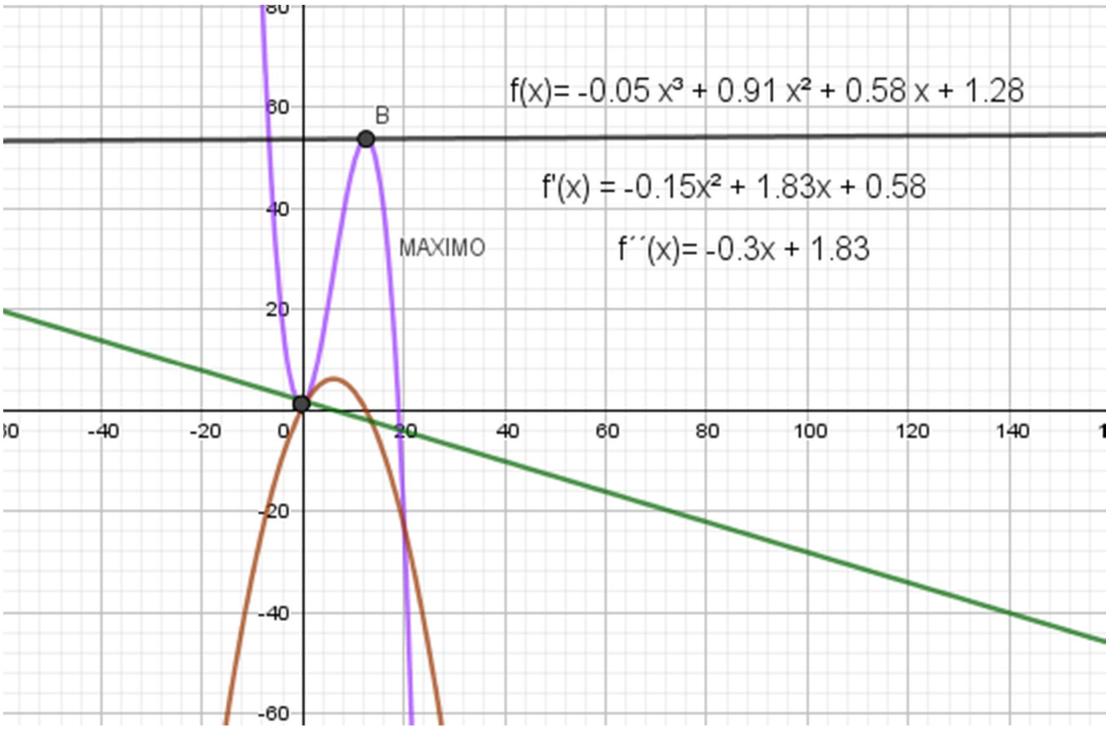
Si del mismo modo hacemos f’’(x) , para hacerlo ponemos f’’(x)= Derivada(g)



Para averiguar los máximos y mínimos de la función poniendo en geogebra B= Extremo(f, -20, 20)



Si ahora ponemos r=Tangente(A, f) lo que conseguimos es….



Tenemos x(t) = $t^3 - 5t^2 + 95t$ donde x(t) indica la posición del coche en función del tiempo con la variable t en horas y variable x en kilómetros.

a) Calcula "la posición del coche en el instante 1+h y 1-h, es decir calcula $x(1+h)$ y $x(1-h)$

RECUERDA

$(a + b)^3 = a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 - b^3$

Partimos de la función x(t) = $t^3 - 5t^2 + 95t$

$x(1+h) = (1+h)^3 - 5(1+h)^2 + 95(1+h)$ ➔ $x(1+h) = h^3 - 2h^2 + 88h + 91$

$x(1-h) = (1-h)^3 - 5(1-h)^2 + 95(1-h)$ ➔ $x(1-h) = -h^3 - 2h^2 - 88h + 91$

b) Calcula la velocidad media entre $t = 1-h$ y $t = 1+h$ $V_m = 1-h, 1+h$

RECUERDA

$\boldsymbol{V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$ ***donde Δx es el espacio y Δt el tiempo***

$$\boldsymbol{V_m} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(1+h) - x(1-h)}{(1+h)-(1-h)} = \frac{h^3 - 2h^2 + 88h + 91 + h^3 + 2h^2 + 88h - 91}{(1+h-1+h)}$$

$$= \frac{2h^3 + 176h}{2h} = h^2 + 88$$

c) Calcula el límite de la velocidad media, cuando la h tiende a cero.
¿A qué concepto de física corresponde este límite?

RECUERDA

$$V_i = \lim_{\Delta t - 0} V_m = \lim_{\Delta t - 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad donde\ \Delta x\ \ es\ el\ espacio\ \ y\ \Delta t\ el\ tiempo$$

$$\lim_{h-0} \boldsymbol{V_m} = \lim_{h-0} \frac{\boldsymbol{\Delta x}}{\boldsymbol{\Delta t}} = \lim_{h-0} h + 88 = 88\ \text{km/h}$$

Corresponde a la velocidad instantánea en el momento t

d) Calcula x'(1). ¿Qué observas?

RECUERDA

$$V_i(t_0) = e'(t_0) = \lim_{\Delta t - 0} V_m = \lim_{\Delta t - 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad donde\ \Delta x\ \ es\ el\ espacio\ \ y\ \Delta t\ el\ tiempo$$

Partimos de la función x'(t) = 3 $t^2 - 10t + 95$ ➔ x'(1) = 88
Que si tenemos que la velocidad instantánea es 88 km/h y en x'(1) = 88, ambas coinciden.

e) El vehículo es detenido en un control policial .Si el límite de velocidad es de 80 km/h, y pasa por el radar en el instante t =1 h ¿lo multará?

Por el apartado c tenemos que

$$\lim_{h-0} V_m = \lim_{h-0} \frac{\boldsymbol{\Delta x}}{\boldsymbol{\Delta t}} = \lim_{h-0} h^2 - 6h + 88 = 88\ \text{km/h}$$

f) Si hay un radar de tramo de 90 km/h por el que pasa en el instante t=2h y en el instante t=3h y cuarto. ¿Lo multará?.
¿Significa que lo ha rebasado los 90km/h en ese tramo?

Partimos de la función x'(t) = $3\,t^2 - 10t + 95$

$$\boldsymbol{V_m} = \frac{\boldsymbol{\Delta x}}{\boldsymbol{\Delta t}} = \frac{x(3.25) - x(2)}{(1+h)-(1-h)} = \frac{290.27 - 178}{3.25 - 2} = \frac{112.27}{1.25} = 89.81\ Km/h$$

No porque si la velocidad media durante el recorrido era de 89.81 Km/h
Si lo ha rebasado en x'(3.25) = 94 Km/h

g) ¿Cuál es la velocidad mínima del automóvil y en qué instante?

RECUERDA

$$V_i = \lim_{\Delta t - 0} V_m = \lim_{\Delta t - 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad donde\ \Delta x\ \ es\ el\ espacio\ \ y\ \Delta t\ el\ tiempo$$

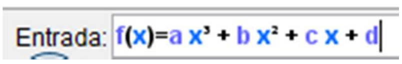
Sabemos que x'(t) = $3\,t^2 - 10t + 95$ para saber que es la velocidad minima

Calculamos el mínimo de v(t)= x'(t)

x''(t) = $6t - 10$ ➔ x''(t) =0 ➔ $6t - 10$=0 ➔ $t = \frac{10}{6} = 1{,}66s$

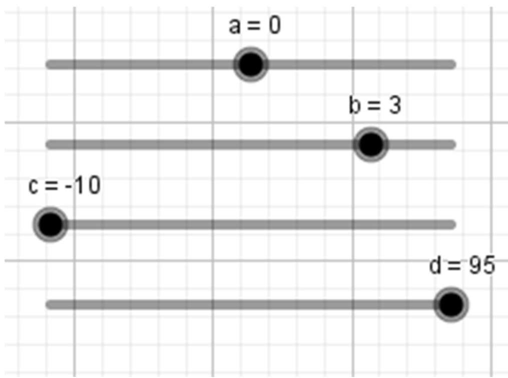
h) Vamos a comprobarlo por medio del GeoGebra.

Vamos a crear un archivo para poder estudiar cualquier función. Para cualquier duda ver A5.2.ggb

Ponemos lo siguiente 

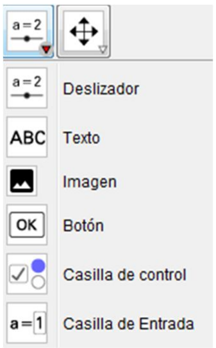
Como no tenemos definido a,b,c,d nos creará deslizadores…

Si a estos deslizadores les ponemos los valores del problema



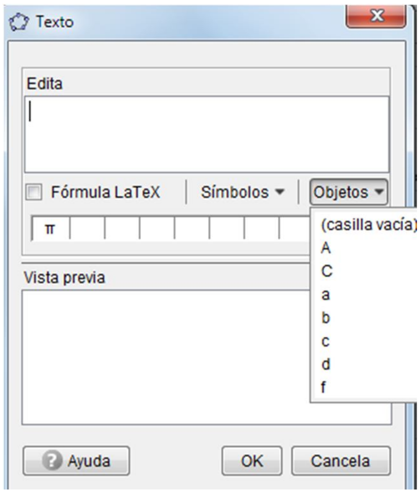
Si ponemos una etiqueta con la funcion,

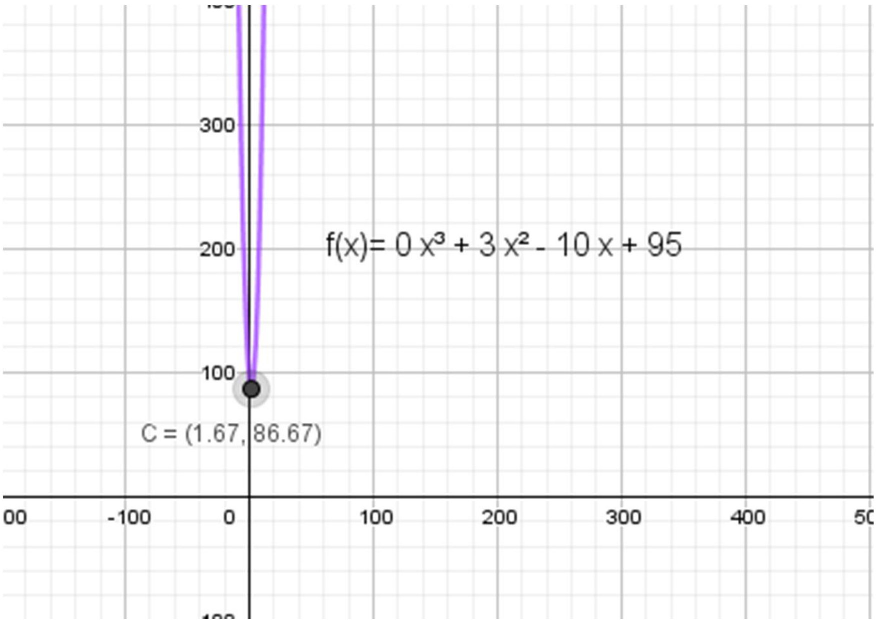
Elegimos TEXTO



PINCHAMOS EN CUALQUIER CUADRICULA Y PONEMOS

f(x)= elegimos del menú Objetos la f





i) Con los resultados obtenidos en el apartado a y b, y con la web de la DGT. http://www.dgt.es/es/

- Puedes decir el tipo de sanción económica que corresponde
- ¿Cuántos puntos le quitarán?

Queremos que entren a la web de la DGT y localicen los puntos por velocidad
Si entran concretamente en esta pagina
https://sede.dgt.gob.es/Galerias/tramites-y-multas/alguna-multa/consulta-de-sanciones-por-exceso-velocidad/cuadro_velocidad.pdf

Dirección Gral. de Tráfico — Cuadro para excesos de velocidad (Fecha de entrada en vigor 25/05/2010)

Exceso de velocidad	Límite	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	Multa	Puntos
	Grave	31 50	41 60	51 70	61 90	71 100	81 110	91 120	101 130	111 140	121 150	100	-
	Grave	51 60	61 70	71 80	91 110	101 120	111 130	121 140	131 150	141 160	151 170	300	2
	Grave	61 70	71 80	81 90	111 120	121 130	131 140	141 150	151 160	161 170	171 180	400	4
	Grave	71 80	81 90	91 100	121 130	131 140	141 150	151 160	161 170	171 180	181 190	500	6
	Muy Grave	81	91	101	131	141	151	161	171	181	191	600	6

- Puedes decir el tipo de sanción económica que corresponde
  Era un tramo de 90 Km/h si iba a 94 Km/h, según la tabla son 100 €
- ¿Cuántos puntos le quitarán? Ninguno

ACTIVIDAD 3: Que lata contiene más liquido

Imagen1

Imagen2

Fíjate en estas dos latas que podemos encontrar en cualquier supermercado tienen una capacidad de 33cl.

Ambas son cilíndricas pero tienen medidas diferentes y están fabricadas en aluminio.

Queremos encontrar las medidas que garanticen el gasto mínimo en el envase.

Queremos hacer mínimo el área del cilindro.

Ayuda: $A_T = A_L + 2\,A_{B=} 2\pi rh + 2\pi r^2$ V $= \pi r^2 h$

donde r indica el radio de la base y h la altura del envase.

Calcula

a) La primera lata tiene un radio de 2.75 cm. ¿Qué altura debería tener si la capacidad es de 33 cl?

> **RECUERDA**
>
> El centilitro es una unidad de medida de **volumen** equivalente a la centésima parte de un litro. Equivale a 10 centímetros cúbicos

Sabemos que el

V $= \pi r^2 h$ $\pi r^2 h = 330$ ➔h=$\frac{330}{\pi r^2}$=$\frac{330}{\pi 2.75^2}$=13.88cm

b) La segunda lata tiene un radio de 3,25 cm ¿Qué altura debería tener si la capacidad es de 33 cl?

RECUERDA

El centilitro es una unidad de medida de **volumen** equivalente a la centésima parte de un litro. Equivale a 10 centímetros cúbicos

Sabemos que el

V $= \pi r^2 h$ $\quad \pi r^2 h = 330$ ➔ h=$\frac{330}{\pi r^2}$=$\frac{330}{\pi 3.25^2}$=9.94cm

c) ¿Coinciden los resultados que has obtenido con las medidas reales? Intenta dar un motivo

RECUERDA

Se puede plantear en clase que se lleven dos latas de esos tipos. Basándonos en medidas reales

Imagen1 Si r =2.75 cm la altura son 14.5 cm
Imagen2 Si r =3,25 cm la altura son 11.5 cm

El motivo es que la propia lata no es un cilindro en sí, sino que hay pliegues, en la propia lata que hacen que no sea tan sencilla.

d) Cuál es la función $f(r)$ que hay que minimizar

$A_T = A_L + 2\,A_{B=} 2\pi r h + 2\pi r^2$

V $= \pi r^2 h$ ➔ h=$\frac{330}{\pi r^2}$ $\quad A_T = 2\pi r \frac{330}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{660}{r} + 2\pi r^2$

Por lo tanto, $f(r) = \frac{660}{r} + 2\pi r^2$

e) Cuál es el radio óptimo para fabricar una lata de refresco

Partimos de la función $f(r) = \frac{660}{r} + 2\pi r^2$

Hacemos $f'(r) = -\frac{660}{r^2} + 4\pi r$ si igualamos $f'(r) = 0$

$-\frac{660}{r^2} + 4\pi r$ = 0 ➔ $\frac{660}{r^2} = 4\pi r$ ➔ r=$\sqrt[3]{\frac{660}{4\pi}}$ = 3,74 cm

f) Cuál es la altura óptima para fabricar una lata de refresco

$V = \pi r^2 h$ ➔ h=$\frac{330}{\pi r^2}$ por el apartado anterior r=3,74 cm ➔

h=$\frac{330}{\pi r^2}$=$\frac{330}{\pi 3.74^2}$ =7.51 cm

g) Calcula la superficie en función del radio con volumen fijado de 33cl.
¿Cuál crees que pesa más y por qué?
Aparentemente, la lata que tiene más radio al ser más ancha parece que pesa más.

h) Una pesa 28g y la otra 13g. ¿Es el peso es proporcional a la superficie?
Intenta dar un motivo que justifique la respuesta.

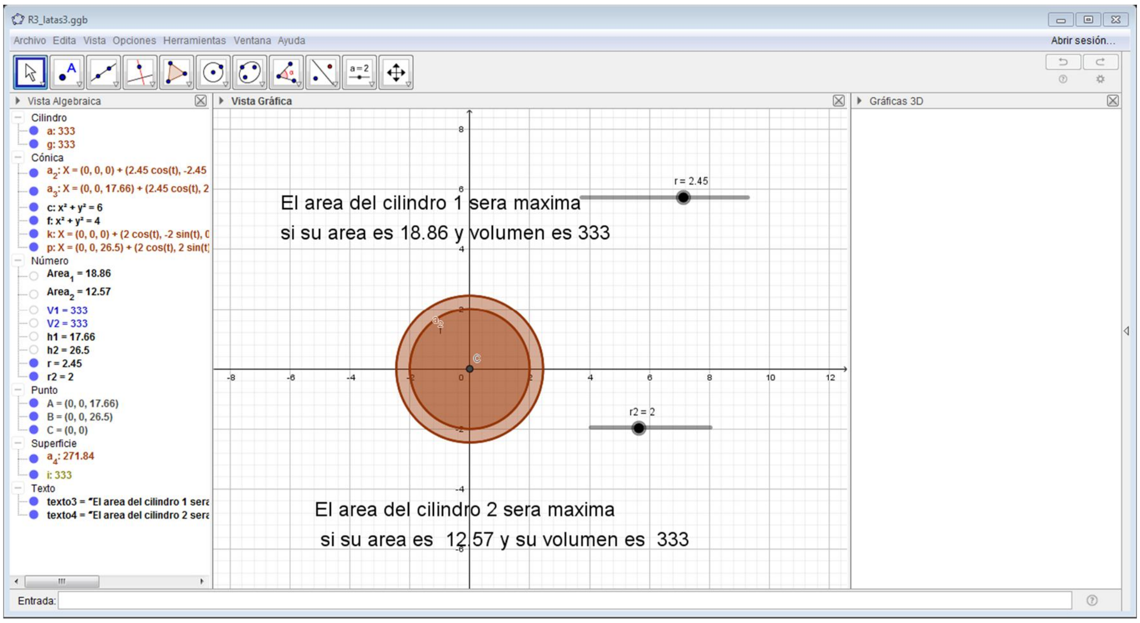
Consideramos dos latas vacías para probar esto.
Hemos pesado en una báscula de cocina digital, y a pesar de lo que hemos pensando en el apartado anterior, la lata que más pesa no es la más baja, la de la imagen 2, sino, la lata que pesa más es la imagen 1, puesto que tiene mayor superficie.

i) Estudia estos resultados mediante GeoGebra.

Se pretende que mediante el GeoGebra comparen medidas entre envases así como

entre cada uno de los envases con la medida más optima

Del mismo modo que se vea el área máxima.



ACTIVIDAD 4: Que brik contiene más líquido

Fig.1:

Fig.2:

Fíjate en estos envases de leche de 1 litro de capacidad que podemos encontrar en cualquier supermercado . Ambos son diferentes, uno es más alto y más estrecho, el otro más bajo y más ancho.

Cual crees que tiene menor coste de fabricación de embalaje, por tanto, más beneficio para la empresa láctea.

Queremos hacer mínimo el área del paralelogramo.

Ayuda: $A_T = 2xy + 2xz + 2yz \qquad V = xyz$

Fig.1: x=7,4cm y=7cm z=19,8cm

Fig.2: x=9 cm y=5.8 cm z=19,5 cm

Calcula

a) Cuál es la función $f(x)$ que hay que minimizar si consideramos fija la altura z=19,8cm

RECUERDA

El litro es una medida de volumen que equivale a 1 decímetro cúbico

$V = xyz \rightarrow xy19.8 = 1 \rightarrow y = \frac{1}{1.98x}$

$A_T = 2xy + 2xz + 2yz = \frac{2x}{1.98\,x} + 2x1.98 + 2\frac{1}{1.98\,x}1.98 = \frac{2}{1.98} + 3.96x + \frac{2}{x}$

Luego $f(x) = \frac{2}{1.98} + 3.96x + \frac{2}{x}$

b) Cuál es la función $f(x)$ que hay que minimizar si consideramos fija la altura z=19,5cm

RECUERDA

El litro es una medida de volumen que equivale a 1 decímetro cúbico

$V = xyz \rightarrow xy1.95 = 1 \rightarrow y = \frac{1}{1.95\,x}$

$A_T = 2xy + 2xz + 2yz = \frac{2x}{1.95\,x} + 2x1.95 + 2\frac{1.95}{1.95x} = \frac{2}{1.95} + 3.9x + \frac{2}{x}$

Luego $f(x) = \frac{2}{1.95} + 3.9x + \frac{2}{x}$

c) Cuáles son las medidas óptimas para fabricar un brick si la altura z=19,8 cm

Sabemos por el apartado a) que $f(x) = \frac{2}{1.98} + 3.96x + \frac{2}{x}$

$f'(x) = 3.96 - \frac{2}{x^2}$ Si hacemos $f'(x) = 0$

$3.96 = \frac{2}{x^2} \rightarrow x^2 = \frac{2}{3.96} \rightarrow$ x=0.71dm $\rightarrow$ x=7.1 cm

$y = \frac{1}{1.98\,x} \rightarrow y = \frac{1}{1.405} \rightarrow y$ =0.711 dm $\rightarrow y$ =7.1 cm

d) Cuáles son las medidas óptimas para fabricar un brick si la altura z=19,5 cm

Sabemos por el apartado a) que $f(x) = \frac{1}{1.95} + 3.9x + \frac{2}{x}$

$f'(x) = 3.9 - \frac{2}{x^2}$ Si hacemos $f'(x) = 0$

$3.96 = \frac{2}{x^2} \rightarrow x^2 = \frac{2}{3.96} \rightarrow$ x=0.71dm $\rightarrow$ x=7.1 cm

$y = \frac{1}{1.95\,x} \rightarrow y = \frac{1}{1.384} \rightarrow y$ =0.722 dm $\rightarrow y$ =7.2 cm

e) Compara los resultados con las medidas de los bricks. ¿Coinciden? ¿Cuál crees que es el motivo?

Medidas reales dibujo 1

Fig.1: x=7,4cm y=7cm z=19,8cm

Medidas optimas x=7.1cm y=7.1 cm z=19,8cm

Fig.2: x=9 cm y=5.8 cm z=19,5 cm

Medidas optimas x=7.1cm y=7.2 cm z=19,5cm

Son muy parecidas a las óptimas, por lo que será por almacenaje.

f) Estudia estos resultados mediante GeoGebra.

Se pretende que mediante el GeoGebra comparen medidas entre envases así como entre cada uno de los envases con la medida más óptima.